



ریاضی جامع نهم

دوره اول متوسطه

شامل : عددهای صحیح و گویا ، عددهای اول، چند ضلعی ها، جبر و معادله،
بردار و مختصات، مثلث، توان و جذر، توان و جذر، آمار و احتمال، دایره

قابل استفاده : دانش آموزان سال نهم - دوره اول متوسطه

پدید آورنده :
مهران قاسمی

فهرست مطالب

فصل اول	مجموعه ها	۵
فصل دوم	عددهای حقیقی	۱۹
فصل سوم	استدلال و اثبات در هندسه	۳۰
فصل چهارم	توان و ریشه	۴۴
فصل پنجم	عبارت های جبری	۵۸
فصل ششم	خط و معادله های خطی	۷۲
فصل هفتم	عبارت های گویا	۸۵
فصل هشتم	حجم و مساحت	۹۷

فصل ۱: مجموعه ها

درس ۱: معرفی مجموعه ها

فعالیت

در شکل رو به رو شماره های طبیعی عدد ۶۰ را نوشته و بین آن ها شماره های اول را مشخص کرده ایم. شما هم شماره های ۶۰ را که اول نیستند، در یک منحنی بسته قرار دهید.



شما شماره های مرکب عدد ۶۰ را به صورت یک مجموعه بنویسید و آن را B بنامید.

مجموعه شامل شماره های عدد ۶۰ که نه اول باشند، و نه مرکب، چند عضو دارد؟

این مجموعه را نیز C بنامید و آن را نمایش دهید.

مجموعه D شامل همه شماره های دو رقمی ۶۰ را تشکیل دهید؛ این مجموعه چند عضو دارد؟

از رضا و احمد خواسته شد تا مجموعه شامل ۳ شماره زوج عدد ۶۰ را تشکیل دهند. احمد نوشت: {۴, ۶, ۱۰} و رضا نوشت: {۶, ۱۰, ۱۲}. به نظر شما چرا جواب های آن ها فرق دارد؟

نتیجه

چون این عبارت مشخص کننده یک مجموعه معین و یکتا نیست، لذا مجموعه ای را مشخص نمی کند.

معرفی مجموعه

در نمایش مجموعه ها؛

الف) ترتیب نوشتن اعضا مهم نیست.

ب) جابجایی اعضا، مجموعه جدیدی نمی سازد.

پ) با تکرار عضوهای یک مجموعه، مجموعه جدیدی ساخته نمی شود.

پیان و نمایش دسته ای از اشیای مشخص و معین و غیر تکراری

فعالیت ۱

کدام یک از عبارت های زیر مشخص کننده یک مجموعه است؟ مجموعه مورد نظر را نمایش دهید.

عددهای طبیعی و یک رقمی:

چهار شاعر ایرانی:

دو عدد اول کوچک تر از ۱۲:

فعالیت ۲

با توجه به شرط متمایز بودن عضوهای یک مجموعه، جاهای خالی را پر کنید:

الف. به جای $A = \{1, 2, 1, 4, 5\}$ باید بنویسیم:

ب. به دلیل تکراری بودن عدد ۵ در $B = \{5, 6, 5, 7\}$ آن را به صورت می نویسیم.

نماد عضویت

$$A = \{a, b, 2, 1, 4, 5, \{7\}\}$$

$$2 \in A \quad a \in A$$

$$1 \in A \quad b \in A$$

$$3 \notin A \quad c \notin A \quad \in$$

$$5 \in A \quad -4 \notin A$$

$$\{7\} \in A \quad 7 \notin A$$

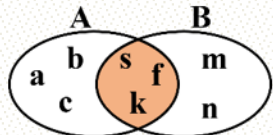
نمایش مجموعه با نمودار ون

$$A = \{a, b, 2, 1, 4, 5, \{7\}\}$$



فعالیت ۱

با توجه به نمودار ون، که برای دو مجموعه A و B رسم شده است، مجموعه های A و B را با عضوهایشان مشخص کنید.



فعالیت ۲

دو مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و $B = \{5, 6, 7, 8\}$ را در نظر بگیرید:

دو مجموعه را با یک نمودار ون نمایش دهید.

کدام عددها هم در منحنی بسته مربوط به A و هم در منحنی بسته B وجود دارد؟

فعالیت ۳

مجموعه عددهای دو رقمی و زوج اول را بنویسید و آن را E بنامید. این مجموعه چند عضو دارد؟

فعالیت ۴

کدام یک از عبارت های زیر، مجموعه تهی را مشخص می کند؟

الف. عددهای طبیعی بین ۵ و ۶

ب. عددهای صحیح بین -۱ و ۱

ج. عددهای اول و زوج

د. عددهای طبیعی یک رقمی و مضرب ۳ که اول باشند.

فصل ۱: مجموعه ها

کاردر کلاس ۱

سه عبارت بنویسید که هر کدام نشان دهندهٔ مجموعهٔ تهی باشد؛ سپس عبارت‌های خود را با نوشته‌های هم‌کلاسی‌های خود مقایسه کنید.

کاردر کلاس ۲

سه عبارت بنویسید که هر کدام مشخص کنندهٔ مجموعه‌ای فقط با یک عضو باشد.

کاردر کلاس ۳

عبارت‌هایی که مجموعه‌ای را مشخص می‌کند، با علامت  و بقیه را با علامت  مشخص کنید (با ذکر دلیل).

الف. چهار عدد فرد متوالی

ب. سه عدد طبیعی زوج متوالی با شروع از ۲

ج. عددهای اول کوچک‌تر از ۲۰

د. سه شهر ایران

هـ. شمارنده‌های عدد ۲۴

و. ۵ عدد بزرگ

ز. عددهای طبیعی بین ۲ و ۳

کاردر کلاس ۴

مانند نمونه کامل کنید:

$A = \{ \text{ی، ...، پ، ب، الف} \}$ مجموعهٔ حروف الفبای فارسی ☐

$B = \{ ۴, ۸, ۱۲, ... \}$ $\{ ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹ \}$ ☐

$C = \{ ۳ \}$ مجموعهٔ عدد‌های صحیح بین ۲- و ۳- مجموعهٔ حروف a و b و عدد ۳: ☐

$D = \{ ۵ \}$ مجموعهٔ مضرب‌های طبیعی عدد ۴ ☐

$E = \{ \}$ مجموعهٔ عدد‌های اول یک رقمی ☐

$F = \{ ۲, ۴, ۶, ۸ \}$ $\{ ۳, a, b \}$ ☐

$G = \{ ۱۰ \}$ مجموعهٔ عدد‌های طبیعی بین ۲ و ۱۰: $\{ ۶, ۴, ۲, ۸ \}$ ☐

$H = \{ ۲, ۳, ۵, ۷ \}$ مجموعهٔ مضرب‌های اول عدد ۵ ☐

کاردر کلاس ۵

کدام یک از عبارت‌های زیر مشخص کنندهٔ یک مجموعه است؟ با نمودار وین نشان دهید.

الف. عددهای صحیح مثبت و کمتر از ۱۰

ب. شمارنده‌های اول عدد ۱۹

کاردر کلاس ۵

ج. عددهایی که شش وجه یک تاس معمولی را مشخص می‌کند.

د. جواب‌های معادلهٔ $2x + 8 = 1$

هـ. چهار میوهٔ خوشمزه

و. عددهای صحیح منفی و بزرگ‌تر از ۸ -

تمرین ۱

متناظر با هر عبارت، یک مجموعه و متناظر با هر مجموعه، یک عبارت بنویسید و تعداد عضوهای هر مجموعه را تعیین کنید:

الف. $A = \{ ۱, ۸, ۲۷, ۶۴, ۱۲۵ \}$

ب. $C = \{ ۱۰ \}$

ج. عددهای طبیعی مضرب ۵ و کوچک‌تر از ۱۰۰

د. عددهای طبیعی بزرگ‌تر از ۴ و کوچک‌تر از ۵

هـ. عددهای صحیح منفی که بین ۴ و ۷ قرار دارد.

و. عددهای اول دو رقمی که مضرب ۷ باشد.

تمرین ۲

جاهای خالی را طوری کامل کنید تا عبارت حاصل، درست باشد.

الف. عبارت «عدد طبیعی که بین ۱ و ۲۰ قرار داشته باشد»، یک مجموعه را مشخص

ب. مجموعهٔ $\{ ۲, ۳, ۴, ..., ۹ \}$ دارای عضو است.

ج. مجموعهٔ $A = \{ ۰, \emptyset \}$ دارای عضو است.

د. با توجه به مجموعهٔ $A = \{ ۳, ۵, ۷, ۹, ۱۱ \}$ داریم: ۵ عضو A است یا با نماد ریاضی، و ۱۲ عضو A نیست یا نماد ریاضی،

تمرین ۳

سه مجموعهٔ متفاوت بنویسید که عدد ۲ عضو آنها باشد.

فصل ۱: مجموعه ها

فعالیت

مجموعه B را بنویسید. آیا هر عضو B، عضوی از D نیز هست؟

در مجموعه D، عددهای زوج را مشخص کنید و آن را C بنامید: آیا $D = C$ ؟

اکنون زیر مجموعه ای از D را مشخص کنید که عضوهای آن عددهای فرد باشد: نام دیگر این مجموعه چیست؟

آیا عبارت $\{2, -6, 4, 10\} \subseteq D$ درست است؟ چرا؟

آیا در مجموعه تهی عضوی هست که در مجموعه دلخواهی مانند A نباشد؟

مثال

دلیل درستی رابطه های زیر را توضیح دهید.

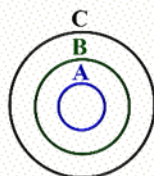
الف. $\{a, b, d\} \not\subseteq \{a, b, c, e\}$

ب. $\{-1, 0, 1, 3\} \subseteq \{4, 3, 0, 1, -1, 2\}$

ج. با توجه به شکل مقابل $B \not\subseteq A$ و $A \subseteq B$

کاردر کلاس ۱

با توجه به نمودار مقابل، دلیل درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید:



$$\emptyset \subseteq A$$

$$A \not\subseteq C$$

$$B \subseteq C$$

$$B \subseteq A$$

$$A \subseteq B$$

$$C \not\subseteq A$$

کاردر کلاس ۲

مجموعه های A، B و C را در نظر بگیرید: سپس درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید (با ذکر دلیل):

$$A = \{1, 3, 6, 4\}$$

$$\{1, 4\} \in A$$

$$B \not\subseteq A$$

$$B = \{5, 1, 3\}$$

$$6 \notin A$$

$$3 \subseteq B$$

$$C = \{2, 5, 1, 3, 6\}$$

$$\{5, 6\} \subseteq C$$

$$A \subseteq B$$

$$5 \in C$$

$$B \subseteq C$$

$$\emptyset \subseteq A$$

$$A \not\subseteq C$$

$$2 \in A$$

مثال

همه زیر مجموعه های دو عضوی مجموعه $A = \{a, c, \{b\}\}$ را بنویسید.

کاردر کلاس ۳

همه زیر مجموعه های مجموعه: «عددهای طبیعی بین ۹ و ۱۳»

همه زیر مجموعه های $A = \{a, b, c\}$:

درس ۲: مجموعه های برابر و نمایش مجموعه ها

فعالیت ۱

جدول عددهای صحیح روبه رو را طوری کامل کنید که مجموع عددهای روی هر سطر، هر ستون و هر قطر آن برابر ۱۲ شود: سپس مجموعه عددهای سطر دوم جدول را بنویسید و آن را A بنامید.

۱۰		۱۲
-۴		-۲

اکنون مجموعه B را چنان بنویسید که شامل سه عدد زوج متوالی و میانگین عضوهای آن با ۴ برابر باشد. هر یک از مجموعه های A و B چند عضو دارد؟

اگر هر عضو از مجموعه A در B و هر عضو از B عضوی از A باشد، گویند دو

مجموعه A و B مساوی اند و می نویسیم: $A = B$

فعالیت ۲

مجموعه A شامل سه عدد طبیعی متوالی است به طوری که حاصل جمع آنها برابر ۳۷ است. ابتدا A را با عضوهای آن بنویسید: سپس مجموعه هایی را مشخص کنید که در زیر معرفی شده و با A برابر است:

الف. مجموعه عددهای طبیعی بین ۶ و ۱۰

ب. مجموعه عددهای طبیعی بزرگ تر از ۷ و کوچک تر از ۱۱

ج. مجموعه سه عدد طبیعی متوالی که میانگین آن ها با ۹ برابر است.

کاردر کلاس ۱

جاهای خالی را در مجموعه های زیر طوری پر کنید که مجموعه ها برابر باشد:

الف) $\{5, \bigcirc, \frac{2}{5}, 4, \frac{9}{3}\} = \{\frac{2}{5}, 3, \frac{-\sqrt{144}}{(-2)^2}, \bigcirc, \sqrt{25}\}$

ب) $\{7, \frac{4}{10}, \sqrt{\frac{4}{9}}, -\frac{1}{2}, \bigcirc, 0/625\} = \{\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, -0/5, \frac{5}{8}, \bigcirc, -2\}$

کاردر کلاس ۲

دو مجموعه به نام های A و B مانند سوال بالا طرح کنید.

فعالیت

مجموعه عددهای جدول فعالیت قبل را D بنامید: سپس عضوهای مجموعه D را در نمودار ون روبه رو بنویسید:

۱۰		۱۲
-۴		-۲

در نمودار بالا، عضوهایی را که بر ۳ بخش پذیر است، با یک منحنی بسته مشخص کنید و B بنامید.

فصل ۱: مجموعه ها

مثال

تعداد زیر مجموعه های $A = \{a, b, c, d, e\}$ که شامل a و فاقد عضو e باشند، چقدر است؟

کاردر کلاس ۳

همه زیر مجموعه های $C = \{a, b, c, d\}$:

فکتوریل

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1$$

$$2! = 2 \times 1$$

$$1! = 1$$

$$0! = 1$$

ترکیب (انتخاب)

$$\binom{5}{3}$$

$$\binom{7}{4}$$

$$\binom{6}{2}$$

مثال

در یک مجموعه، تعداد زیر مجموعه های سه عضوی و هفت عضوی با هم برابر است. این مجموعه چند زیر مجموعه دارد؟

الف) چهار عضوی دارد؟

ب) نه عضوی دارد؟

نمایش ریاضی مجموعه های اعداد

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

مثال

مجموعه $A = \{5n + 3 | n \in \mathbb{N}\}$ را با عضوهایش مشخص کنید.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	...
$5n+3$									...

نمایش ریاضی مجموعه های اعداد

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

کاردر کلاس

مجموعه های زیر را با اعضا مشخص کنید:

الف. مجموعه عددهای صحیح فرد

$$\text{ب. } A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -5 \leq x < 5\}$$

$$\text{ج. } B = \{3k + 2 | k \in \mathbb{Z}\}$$

k	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$3k+2$	...								...

نمایش ریاضی مجموعه های اعداد گویا

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

تمرین ۱

مجموعه $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ را در نظر بگیرید. کدام یک از مجموعه های زیر با هم

برابر است؟

● $B = \{x | x \in A, x^2 \leq 2\}$

● $C = \{x | x \in A, -1 \leq x \leq 1\}$

● $D = \{x | x \in A, x^4 = 1\}$

تمرین ۲

سه مجموعه مانند A, B, C بنویسید: به طوری که $B \subseteq C$ و $A \subseteq B$.

آیا می توان نتیجه گرفت $A \subseteq C$ ؟

تمرین ۳

تمام زیر مجموعه های هر یک از مجموعه های زیر را بنویسید:

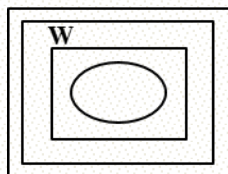
الف) $A = \{x | x \in \mathbb{N}, 2x + 1 = 3\}$

ب) $B = \{2x | x = 0, 2, 3\}$

تمرین ۴

نمودار زیر، وضعیت مجموعه های $\mathbb{Z}, \mathbb{N}, \mathbb{W}, Q$ را نسبت به هم نشان می دهد: آن ها

را نام گذاری و با علامت $\subseteq$ با هم مقایسه کنید.



فصل ۱: مجموعه ها

تمرین ۵

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید:

الف. هر عدد گویا عددی حسابی است.

ب. هر عدد حسابی عددی گویاست.

ج. هر عدد صحیح عددی گویاست.

د. بعضی از عددهای گویا، عدد صحیح اند.

درس ۳: اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه ها

فعالیت ۱

در کلاس درس، علی و رضا عضو هر دو تیم والیبال و فوتبال هستند. سلمان، احسان، فرشید و حسین فقط در تیم والیبال و محمد، حسن، کیوان و سبحان فقط در تیم فوتبال بازی می کنند.

الف. اگر مجموعه دانش آموزان عضو تیم والیبال را با V و فوتبال را با F نشان دهیم، این مجموعه ها را با نمودار وین نمایش دهید و سپس با عضوهایشان بنویسید.

ب. مجموعه دانش آموزانی را که در هر دو تیم عضویت دارند، بنویسید.

ج. مجموعه دانش آموزانی را که حداقل در یکی از این دو تیم عضویت دارند، بنویسید.

فعالیت ۲

دو مجموعه زیر را در نظر بگیرید و مجموعه های زیر را با عضوهایشان تشکیل دهید:

$$A = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 6\} \quad B = \{x \in \mathbb{Z} | -2 \leq x \leq 3\}$$

الف) $A = \{ \quad \}$

ب) $B = \{ \quad \}$

ج) $\{ \quad \} = \text{مجموعه عددهایی که در هر دو مجموعه A و B هست}$

(این مجموعه را اشتراک A و B می نامیم و با نماد $A \cap B$ نشان می دهیم).

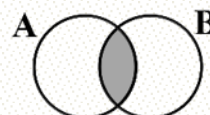
د) $\{ \quad \} = \text{مجموعه عددهایی که حداقل در یکی از هر دو مجموعه A و B هست}$

(این مجموعه را اجتماع A و B می نامیم و با نماد $A \cup B$ نشان می دهیم).

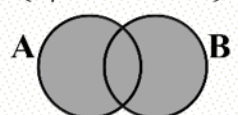
$$= \{ \quad \}$$

اشتراک و اجتماع دو مجموعه

$$A \cap B = \{x | x \in A, x \in B\}$$

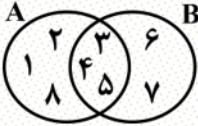


$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ یا } x \in B\}$$



مثال

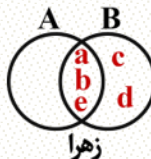
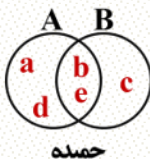
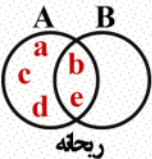
با توجه به نمودار زیر ابتدا مجموعه های A و B را با عضوهایشان می نویسیم و سپس $A \cup B$ و $A \cap B$ را تشکیل می دهیم:



فعالیت ۱

دو مجموعه $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$ و $A \cap B = \{b, e\}$ را در نظر بگیرید. از دانش آموزان یک کلاس خواسته شده است که با توجه به این دو مجموعه، مجموعه های A و B را با نمودار وین نمایش دهند. پاسخ چهار دانش آموز این کلاس را در زیر می بینید:

الف. درباره درستی یا نادرستی پاسخ این دانش آموزان بحث کنید و برای درستی یا نادرستی آن ها دلیل بیاورید.



ب. آیا شما هم می توانید جواب درست دیگری به این سؤال بدهید؟ پاسخ خود را با پاسخ هم کلاسی های خود مقایسه کنید.



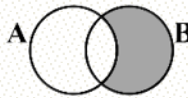
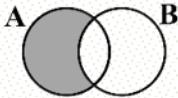
فعالیت ۲

با توجه به اولین فعالیت این درس و ورزشکاران دو تیم والیبال و فوتبال مجموعه ای تشکیل دهید که هر عضو آن عضو تیم والیبال باشد ولی عضو تیم فوتبال نباشد (فقط در تیم والیبال بازی کند). این مجموعه را «V منهای F» می نامیم و با نماد $V - F$ نمایش می دهیم:

تفاضل دو مجموعه

$$A - B = \{x | x \in A, x \notin B\}$$

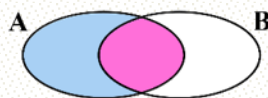
$$B - A = \{x | x \in B, x \notin A\}$$



مثال

$$A = \{a, b, c, d, e, k\}$$

$$B = \{c, d, k, f, s, t\}$$



مثال

$$A = \{2, 4, 6, 8, 9\} \quad B = \{1, 5, 7, 3, 9\} \quad C = \{1, 7, 8, 10, 11\}$$

$$\circ (A \cup B) - C =$$

$$\circ (A - C) \cap (B - C) =$$

فصل ۱: مجموعه‌ها

تمرین ۳

کلمات و مجموعه‌های داده شده زیر را در جاهای خالی قرار دهید:

زیرمجموعه اجتماع A B AUB

الف. اشتراک دو مجموعه، زیرمجموعه، همان دو مجموعه است.

ب. هر یک از دو مجموعه A و B زیرمجموعه است.

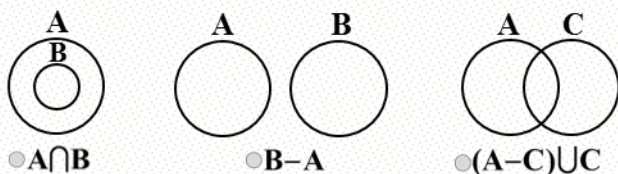
ج. اشتراک دو مجموعه A و B هر یک از دو مجموعه A و B است.

د. مجموعه A-B زیرمجموعه، مجموعه است.

ه. اجتماع دو مجموعه (A-B) و (A ∩ B) با مجموعه مساوی است.

تمرین ۴

در هر یک از شکل‌های زیر مجموعه مورد نظر را هاشور بزنید.



درس ۴: مجموعه‌ها و احتمال

مجموعه‌ها و احتمال

S: فضای نمونه‌ای

A: پیشامد

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد کل حالات ممکن}} = \text{احتمال رخ داد یک پیشامد}$$

یادآوری

اگر تاسی را بیندازیم، احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را به دست آورید.

الف) عدد رو شده مضرب ۳ باشد.

ب) عدد رو شده اول باشد.

ج) عدد رو شده از ۶ بزرگ‌تر باشد.

د) عدد رو شده از ۷ کمتر باشد.

فعالیت

با توجه به چرخنده مقابل، همه حالت‌های ممکن را که عقربه می‌تواند بایستد و عددی را نمایش دهد، مجموعه S بنامید. S را با عضوهایش نمایش دهید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:



الف) مانند نمونه برای هر مجموعه با بیان یک جمله، یک پیشامد تعریف کنید:

○ A = {۳, ۱}

○ B = {۱, ۲}

○ C = {۲, ۳}

○ D = {۲}

پاسخ خود را با پاسخ هم‌کلاسی هایتان مقایسه کنید.

کاردرکلاس ۱

با توجه به نمودار زیر کدام عبارت درست و کدام نادرست است؟



الف. $A \subseteq C$ و. $4 \notin (A \cap B)$

ب. $B \subseteq C$ ز. $A \cup B = A$

ج. $C \subseteq (A \cup B)$ ح. $5 \in (A \cup B)$

د. $(A \cup B) \subseteq C$ ط. $4 \in (A \cup B)$

ه. $2 \in (A \cup B)$

کاردرکلاس ۲

مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۳ را A و مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۸ را B بنامید. ابتدا A و B را تشکیل و سپس به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف. مجموعه‌ای تشکیل دهید که هر عضو آن، شمارنده ۱۸ باشد؛ ولی شمارنده ۱۳ نباشد.

ب. مجموعه‌ای تشکیل دهید که عضوهای آن، هم شمارنده ۱۳ و هم شمارنده ۱۸ باشد.

کاردرکلاس ۳

مجموعه‌های زیر را تشکیل دهید.

○ $\mathbb{Z} - \mathbb{N}$

○ $\mathbb{N} - \mathbb{Z}$

○ $\mathbb{W} - \mathbb{N}$

تمرین ۱

مجموعه‌های $A = \{۲, ۴, ۶, ۸, ۹\}$ و $B = \{۱, ۵, ۷, ۳, ۹\}$ و $C = \{۱, ۷, ۱۰, ۱۱\}$ را در نظر بگیرید؛ سپس هر یک از مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان مشخص کنید:

○ $A \cup B$

○ $(A - C) \cup (B - C)$

○ $B \cup C$

○ $(A \cup B) - C$

○ $A \cup C$

○ $A \cap A$

○ $A \cap B$

○ $A \cap \emptyset$

○ $A - B$

○ $B \cup B$

○ $C - B$

○ $C \cup \emptyset$

تمرین ۲

با توجه به نمودار زیر، عبارت‌های درست را با ✓ و گزاره‌های نادرست را با ✗ نادرست را با ✗ مشخص کنید:

الف) $B - A = \{۶, ۷\}$

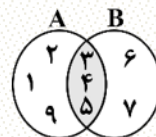
ب) $(A - B) \cup (A \cap B) = A$

ج) $(A - B) \cup (B - A) = \{۱, ۲, ۶\}$

د) $n(A \cup B) = ۸$

ه) $A - B = B - A$

و) $n(A - B) = n(B - A)$



فصل ۱: مجموعه ها

فعالیت

ب) هریک از زیرمجموعه های S را پیشامد تصادفی می نامیم. احتمال رخداد هریک از این پیشامدها را به دست آورید. چه تعداد از این پیشامدها هم شانس اند؟



ج) همه زیرمجموعه های S را تشکیل دهید.

تمرین ۲

اگر خانواده ای دارای سه فرزند باشد، اولاً: مجموعه همه حالت های ممکن را تشکیل دهید. ثانیاً: چقدر احتمال دارد این خانواده دارای دو دختر (یعنی دقیقاً دو دختر) باشد؟

تمرین ۳

در جعبه ای ۳ مهره قرمز و ۴ مهره آبی و ۵ مهره سبز وجود دارد. اگر ۱ مهره را تصادفی از این جعبه خارج کنیم، چقدر احتمال دارد:

الف) این مهره آبی باشد.

ب) این مهره سبز نباشد.

ج) این مهره قرمز یا سبز باشد.

تمرین ۴

اگر تاسی را دو بار پیندازیم (یا دو تاس آبی و قرمز را با هم پیندازیم)، چقدر احتمال دارد:

الف) هر دو بار، عدد اول رو شود.

ب) دو عدد رو شده، مثل هم باشند.

ج) دو عدد رو شده، مضرب ۳ باشد.

د) مجموع دو عدد، ۷ باشد.

سوالات تشریحی

معرفی مجموعه، مجموعه های برابر و نمایش مجموعه ها

۱) کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) $A = \{\sqrt{8}, 2, \{2\}\}$ یک مجموعه سه عضوی است.

ب) اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$ باشد، آن گاه $A \subseteq C$

پ) اگر تعداد عضوهای دو مجموعه A و B مساوی باشند، آن گاه $A=B$

ت) اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ ، آن گاه $B=A$

ث) در نمایش مجموعه ها با جابجایی عضوها مجموعه جدیدی ساخته نمی شود.

ج) مجموعه $\{x \in \mathbb{N} \mid -3 < x < 5\}$ دارای ۱۶ زیر مجموعه است.

چ) مجموعه $\{\emptyset, \{(-2)^0, -\sqrt{4}, -2\}, \emptyset\}$ دارای ۱۶ زیر مجموعه محض (سره) است.

ح) عبارت «عددهای اول بین ۱۴ و ۱۶» مجموعه تهی را مشخص می کند.

خ) عبارت «چهار عدد فرد متوالی» یک مجموعه را مشخص می کند.

د) سه عدد طبیعی کوچک تر از ۱۰، یک مجموعه را تشکیل می دهد.

کاردر کلاس

۱۰ کارت یکسان با شماره های ۱ تا ۱۰ را داخل جعبه ای قرار می دهیم و تصادفی یک کارت بیرون می آوریم.



الف) مجموعه همه حالت های ممکن:

«پیشامد A : عدد روی کارت خارج شده از ۵ کمتر باشد». احتمال رخداد پیشامد A را بیابید.

ب) مجموعه یا پیشامدی تعریف کنید که احتمال رخ دادن آن پیشامد $\frac{4}{10}$ باشد.

ج) اگر B پیشامد خارج شدن عدد اول و C پیشامد خارج شدن عدد زوج باشد، مجموعه های B و C را تشکیل دهید و احتمال رخداد هریک را محاسبه کنید. آیا پیشامدهای B و C هم شانس اند؟ چرا؟

مجموع اعداد رو شده در پرتاب دو تاس

مثال

در پرتاب همزمان دو تاس، مطلوب است احتمال این که مجموع دو عدد رو شده:

الف) حداقل ۱۰ باشد.

ب) مضرب ۴ باشد.

پ) اول باشد.

تمرین ۱

اگر تاسی را پیندازیم، چقدر احتمال دارد؟

الف) عدد رو شده زوج باشد.

ب) عدد رو شده زوج و از ۲ بزرگتر باشد.

ج) عدد رو شده زوج و اول باشد.

د) عدد رو شده از ۳ کمتر باشد.

فصل ۱: مجموعه‌ها

سؤالات تشریحی

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

ذ) هر مجموعه حداقل دوزیر مجموعه دارد.

ر) تعداد زیر مجموعه‌های دو مجموعه زیر با هم برابرند.

$$A = \{\emptyset, \{\}, \{2, 3\}\}$$

$$B = \{0, 2, 3\}$$

ز) مجموعه $\{0\}$ یک مجموعه تهی است.

ژ) مجموعه $\{x | x = -x\}$ یک مجموعه تک عضوی است.

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) در ریاضیات برای بیان و نمایش دسته‌ای از اشیاء و استفاده می‌کنیم.

ب) اگر $A = \{2, 6, 4, 5, 9, 13\}$ آن گاه داریم:

« ۹ عضو A است و با نماد ریاضی عضو A نیست و با نماد ریاضی نمایش داده می‌شود. »

پ) در نمایش مجموعه‌ها، ترتیب نوشتن اعضا مهم

ت) با جابه‌جایی عضوهای یک مجموعه، مجموعه‌ای جدید ایجاد

ث) مجموعه $\{1, 3, 3, 4, 4, 4\}$ شامل عضو است.

ج) اگر مجموعه‌ای عضو نداشته باشد، آن را مجموعه می‌نامیم و با نماد یا نمایش می‌دهیم.

چ) مجموعه $\{20, 21, 22, \dots, 37\}$ دارای عضو است.

ح) مجموعه $A = \{\emptyset, \{\}, \{\}$ دارای عضو است.

خ) عدد زیر مجموعه‌های یک مجموعه ۶ عضوی برابر تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه چهار عضوی است.

د) مجموعه $A = \{3, -3, \sqrt{81}, -\frac{9}{3}\}$ دارای عضو است.

ذ) مجموعه‌ای با ۱۲۸ زیر مجموعه، شامل عضو است.

ر) مجموعه زیر مجموعه همه مجموعه‌ها است.

ز) مجموعه مجموعه‌ای است که فاقد عضو است.

ژ) مجموعه $A = \{a, b, 2, 2, 3\}$ دارای حداقل عضو و حداکثر عضو است. (a و b عدد هستند.)

س) مجموعه شمارنده‌های مرکب عدد ۶۰ دارای عضو است.

۳ کدام یک از عبارات زیر مجموعه مشخص می‌کند؟

اعداد صحیح مثبت و ناپیش تر از ۹

شمارنده‌های اول عدد ۱۹

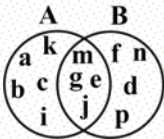
عددهایی که شش وجه یک تاس مشخص می‌کند.

جواب معادله: $3x - 2 = 6$

چهار میوه خوشمزه

عددهای منفی و بزرگ تر از یک

۴ با توجه به نمودار ون مقابل مجموعه‌های A و B را به همراه عضوهایشان مشخص کنید.



سه عضو بنویسید که هم در مجموعه A و هم در مجموعه B باشند.

۵ عبارات نشان دهنده مجموعه تهی را، مشخص کنید.

○ اعداد اول و زوج بین ۲ و ۸

○ اعداد طبیعی بین ۱۴۰۱ و ۱۴۰۲

○ اعداد بین $\frac{1}{14.3}$ و $\frac{1}{14.4}$

○ اعداد اول یک رقمی ناکم تر از ۵

○ اعداد صحیح بین -۱ و ۱

○ اعداد یک رقمی و مضرب ۳ که اول باشند.

۶ متناظر با هر یک از عبارات زیر، یک مجموعه نوشته و تعداد اعضای هر مجموعه را مشخص کنید.

○ عددهای طبیعی مضرب ۵ و کوچک تر از ۱۳۹۹

○ عددهای طبیعی بزرگ تر از ۹۸ و کم تر از ۹۹

○ عددهای صحیح بین -۱ و ۵

○ مجموعه مضارب اول عدد ۹۷

۷ اگر $A = \{\{a\}, b, \{a, b\}\}$ ، در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱) $a, b \in A$

۲) $\{b\} \in A$

۳) $a \in A$

۴) $\{a\} \in A$

۸ با توجه به تساوی زیر، مقدار $x+y$ را بیابید.

$$\{-3, 5\} = \{x+1, y-2\}$$

۹ x و y را چنان بیابید که $\{5x, y-x, 2+\}$ یک مجموعه تک عضوی شود؟

۱۰ با توجه به تساوی دو مجموعه زیر، مقدار x را بیابید.

$$\{2x+1, \frac{9}{3}, -\sqrt{144}\} = \{7, 3^3, -\frac{48}{4}\}$$

سؤالات تشریحی

۱۱ مجموعه ها را به صورت خواسته شده بنویسید.

$$\circ A = \{-6, -3, 0, 3\} \text{ (کلامی)}$$

$$\circ D = \{x | x \in \mathbb{N}, -3 < x < 8\} \text{ (تفصیلی)}$$

$$\circ D = \{x^3 + 1 | x \in \mathbb{Z}, -2 < x < 2\} \text{ (تفصیلی)}$$

$$\circ E = \{x^2 | x \in \mathbb{Z}, 0 < x \leq 2\} \text{ (تفصیلی)}$$

$$\circ A = \{5k - 1 | k \in \mathbb{N}\} \text{ (تفصیلی)}$$

$$\circ B = \{4^x - 1 | x \in \mathbb{Z}, \sqrt{x} < 2\} \text{ (تفصیلی)}$$

$$\circ C = \{x \in \mathbb{Z} | \frac{y}{x-1} \in \mathbb{Z}\} \text{ (تفصیلی)}$$

$$\circ B = \{x | \frac{x}{2} \in \mathbb{N}, x < 27\} \text{ (تفصیلی)}$$

$$\circ E = \{3x | 2x \in \mathbb{N}, -2 \leq x \leq 4\} \text{ (تفصیلی)}$$

$$\circ F = \{15, 20, 25, 30, \dots\} \text{ (علامت ریاضی)}$$

$$\circ G = \{12, 19, 26, 33, \dots\} \text{ (علامت ریاضی)}$$

۱۲ در یک میهمانی ۳۰ نفره، ۱۸ نفر چای، ۱۷ نفر قهوه و ۷ نفر هم چای و هم قهوه می نوشند. چند نفر نه چای و نه قهوه نوشیده اند؟

۱۳ در یک کلاس با ۴۰ دانش آموز، ۳۰ نفر در درس ریاضی و ۳۲ نفر در درس علوم قبول شده اند. اگر ۵ نفر در هر دو درس مردود شده باشند، چند نفر فقط در ریاضی قبول شده اند؟

۱۴ در یک کلاس ۳۰ نفره، ۲۵ نفر از دانش آموزان حداقل به یکی از رشته های فوتبال یا والیبال علاقه دارند. اگر ۱۱ نفر از دانش آموزان به فوتبال و ۱۹ نفر از آن ها به والیبال علاقه داشته باشند، چند نفر به هر دو رشته علاقه دارند؟

۱۵ درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.

$$\circ \emptyset \subseteq A \quad A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$$

$$\circ \{\emptyset\} \subseteq A$$

$$\circ \{\emptyset, \emptyset\} \in A$$

$$\circ \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in A$$

۱۶ اگر $A = \{\emptyset, -4, \{\emptyset\}\}$ ، مجموعه توانی A را بنویسید. این مجموعه چند عضو دارد؟

۱۷ تعداد عضوها و زیر مجموعه های مجموعه زیر را مشخص کنید.

$$A = \{\{\emptyset\}, 1, 2, \{\emptyset, 2\}, \emptyset, \{\emptyset\}\}$$

۱۸ تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه $\pi + 6$ عضوی از تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه $\pi + 2$ عضوی ۱۹۲۰ واحد بیش تر است. مقدار π را حساب کنید.

اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه ها

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

$$\text{الف) } W - Z = N - Z = N - W$$

$$\text{ب) اگر } A \cup C = A \cup B \text{، آن گاه } B = C$$

$$\text{پ) اگر } A \text{ و } B \text{ دو مجموعه دلخواه باشند، آن گاه } (A - B) \subseteq B$$

$$\text{ت) در مورد هر دو مجموعه مانند } A \text{ و } B \text{ داریم: } A - B = B - A$$

$$\text{ث) مجموعه } A \cup B \text{ زیر مجموعه } A \text{ است.}$$

$$\text{ج) } \mathbb{Z} \cup \mathbb{N} = \mathbb{N}$$

$$\text{چ) } W \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$$

$$\text{ح) } W - \mathbb{N} = \{\emptyset\}$$

$$\text{خ) مجموعه } \mathbb{Z} - W \text{ بزرگ ترین عضو ندارد.}$$

$$\text{د) } A \cap B \subseteq B$$

$$\text{ذ) } A \cup B \subseteq A$$

$$\text{ر) اگر } A \cup B = B \text{، آن گاه } A \subseteq B$$

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

$$\text{الف) هر عضوی که در } A - B \text{ باشد، حتماً در } \dots \text{ هست ولی در } \dots \text{ نیست.}$$

$$\text{ب) مجموعه } \{x | x \in A, x \notin B\} \text{ تعریف ریاضی } \dots \text{ است.}$$

$$\text{پ) اگر } A \subseteq B \text{، آن گاه حاصل } A \cup B \text{ برابر } \dots \text{ و حاصل } A \cap B \text{ برابر } \dots \text{ است.}$$

$$\text{ت) اشتراک دو مجموعه } A \cup B \text{ و } A \cap B \text{ برابر مجموعه } \dots \text{ است.}$$

$$\text{ث) اگر } A - B = \emptyset \text{، آن گاه: } \dots$$

$$\text{ج) اگر } A - B = A \text{، حاصل } [A - (B - A)] \cap (A \cup B) \text{ برابر } \dots \text{ است.}$$

$$\text{چ) } \mathbb{Z} \cup W = \dots$$

فصل ۱: مجموعه ها

سوالات تشریحی

ح) مجموعه $A-B$ ، زیر مجموعه، مجموعه است.

خ) اگر $n(A)=7$ و $n(B)=5$ و $n(A \cap B)=0$ آن گاه:

$$n(A \cup B) =$$

$$A \dots B = \{x | x \in A \text{ یا } x \in B\}$$

ذ) همه عضوهایی که حداقل در یکی از دو مجموعه A و B هستند، مجموعه را مشخص می کنند.

۳) اگر A مجموعه مضارب طبیعی ۴ کم تر از ۲۰ و B مجموعه اعداد طبیعی بین ۳ و ۱۳ باشد، آن گاه مجموعه های $A, B, A \cap B, A \cup B, A-B, B-A$ را مشخص کنید.

۴) هر کدام از جاهای خالی را با علامت های $\in, \subseteq, \subset, \supset$ و $\neq$ کامل کنید.

$$\{\emptyset\} \square \mathbb{N} \cap \mathbb{O}$$

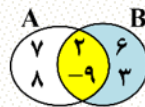
$$(\mathbb{Z} \cap \mathbb{N}) \square (Q \cup W) \cap \mathbb{O}$$

$$(A \cap \emptyset) \square (B \cap C) \cap \mathbb{O}$$

$$\{5\} \square \{4, \{5\}, \emptyset\} \cap \mathbb{O}$$

۵) با توجه به نمودار مقابل:

الف) زیر مجموعه ای از A را بنویسید که عضوهایش عدد اول باشد.



ب) مجموعه $A - (A \cap B)$ را با عضوهایش مشخص کنید.

۶) با توجه به نمودار مقابل:



$$A \cup B = \text{الف)}$$

$$B - A = \text{ب)}$$

$$n(B \cap A) = \text{ج)}$$

$$A - B = \text{د)}$$

۷) با توجه به نمودار زیر اعضای مجموعه های خواسته شده را بنویسید.



$$(A \cap B) \cap C =$$

$$(A \cup B) - C =$$

۸) اگر $A = \{x^2 + 2 | x \in \mathbb{N}, x \leq 3\}$ و $B = \{4, 5, 6\}$ باشد:

الف) مجموعه A را با اعضا نمایش دهید.

ب) مجموعه های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A \cap B$$

$$A - B$$

$$A \cup B$$

$$B - A$$

۹) اگر $A = \{x \in \mathbb{N} | -2 \leq x < 4\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} | x \geq 3\}$ باشند:

الف) مجموعه های A و B را با اعضا بنویسید.

ب) مجموعه های زیر را با عضوهایشان بنویسید.

$$B \cup A$$

$$A - B$$

$$(A - B) \cup (B - A)$$

$$A \cap B$$

$$B - A$$

۱۰) اگر $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ و B مجموعه اعداد اول یک رقمی باشد و $C = \{1, 7, 10, 9\}$ حاصل عبارات زیر را بنویسید.

$$C \cap B$$

$$(A \cup B) - C$$

$$(A - C) \cup (C - B)$$

۱۱) اگر $A = \{a, b, c, d\}$ و $B = \{a, c, e\}$ آن گاه $(A \cup B) - (A \cap B)$ چند زیر مجموعه محض و چند زیر مجموعه تک عضوی دارد؟

۱۲) با توجه به این که $A \cap B = \emptyset$ ، عبارات مرتبط را به یکدیگر وصل کنید.

$$\emptyset \square$$

$$A - B \square$$

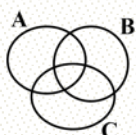
$$A \square$$

$$(A - B) \cap (B - A) \square$$

$$A \cup B \square$$

$$(A - B) \cup (B - A) \square$$

۱۳) مجموعه $(A - B) \cap (A \cup B)$ را روی نمودار وین رنگ بزنید.



۱۴) مجموعه $(A \cap B) - C$ را روی نمودار وین زیر نمایش دهید.

۱۵) مجموعه $C - (A \cap B)$ را روی شکل به کمک نمودار وین نمایش دهید.

۴) عقربه چرخنده مقابل را می چرخانیم و هم زمان تاسی را می اندازیم. احتمال های زیر را بیابید.



الف) هر دو عددی یکسان بیابند.

ب) تاس عدد زوج و عقربه چرخنده عددی فرد بیاید.

پ) تاس عدد زوج یا عقربه چرخنده عددی فرد بیاید.

۵) اگر خانواده ای دو فرزند داشته باشد، چقدر احتمال دارد که این خانواده یک فرزند دختر و یک فرزند پسر داشته باشد؟

۶) آقا مجید دارای سه فرزند است. چقدر احتمال دارد هر سه فرزند او پسر باشند.

۷) احتمال بارش باران در یک روز مشخص در تهران $\frac{1}{2}$ و در انزلی $\frac{1}{6}$ می باشد. الف) چه میزان احتمال دارد در آن روز فقط در انزلی باران ببارد؟

ب) مطلوب است احتمال این که در آن روز حداقل در یکی از دو شهر باران ببارد.

۸) یک دانش آموز تصمیم دارد، سه پرسش آخر یک آزمون چهار گزینه ای را شانس بزند. چقدر احتمال دارد که او هر سه پرسش را درست جواب دهد؟

۹) در جعبه ای ۲ مهره قرمز، ۴ مهره آبی و ۵ مهره سبز وجود دارد. اگر یک مهره به تصادف از این جعبه خارج کنیم، چقدر احتمال دارد این مهره: الف) آبی باشد؟

ب) مهره قرمز یا آبی باشد؟

۱۰) در کیسه ای ۳ مهره صورتی، ۴ مهره آبی و ۵ مهره بنفش موجود است. یک مهره به اتفاق از کیسه بر می داریم. چه میزان احتمال دارد که:

الف) مهره برداشته شده صورتی نباشد.

ب) آبی بوده و پس از خارج کردن آن مهره دوم را برداشته و آن نیز آبی باشد.

۱۲) اگر بدانیم $A \cap C = \{5, 7, 9, 11\}$ و $A \cap B = \{7, 11, 6\}$ ، مجموعه $A \cap (B \cup C)$ را بیابید.

۱۷) با توجه به مجموعه های A و B ، تعداد زیر مجموعه های $(A \cup B) - (A \cap B)$ را بیابید.

$$A = \left\{ \frac{4-n}{n} \mid n \in \mathbb{N}, n < 5 \right\}$$

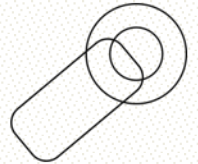
$$B = \left\{ \frac{4n-n^2}{n+2} \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 4 \right\}$$

۱۸) با توجه به مجموعه های A ، B و C نمودار ون را کامل کنید.

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, -3 < x < 4\}$$

$$B = \{x^3 \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 < 16\}$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, \frac{2x}{x} \in \mathbb{N}\}$$



۱۹) اگر تعداد عضوهای $A \cup B$ برابر ۵ و تعداد اعضای مشترک A و B مساوی ۲ و $A - B$ نیز دو عضو داشته باشد مجموعه $B - A$ چند عضو دارد؟

مجموعه ها و احتمال

۱) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) تاسی را می اندازیم احتمال این که عدد رو شده، اول و زوج باشد می باشد.

ب) $n(S)$ در پرتاب یک سکه و یک تاس مساوی می باشد.

پ) سه سکه را با هم پرتاب می کنیم، احتمال آن که هر سه سکه «رو» بیاید است.

ت) احتمال تولد یک نوزاد در یکی از روزهای هفته است.

ث) در پرتاب دو تاس احتمال این که اعداد رو شده بزرگ تر از ۳ باشد، است.

ج) در سه بار پرتاب یک سکه احتمال این که دقیقاً دو بار پشت بیاید است.

۲) تاسی را پرتاب می کنیم. احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را بیابید:

الف) عدد رو شده زوج باشد.

ب) عدد رو شده مرکب نباشد.

ج) عدد رو شده بزرگ تر از ۳ و کم تر از ۷ باشد.

د) عدد رو شده از ۵ کم تر نباشد.

۳) یک سکه و یک تاس را پرتاب می کنیم:

الف) همه حالات ممکن را بنویسید.

ب) احتمال این که سکه پشت و تاس عدد زوج بیاید، چقدر است؟

پ) احتمال این که سکه رو و تاس عدد فرد اول بیاید، چقدر است؟

سؤالات تشریحی

۱۱ دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. احتمال آن را بیابید که:

(الف) مجموع دو عدد رو شده برابر با ۷ باشد.

(ب) عدد تاس اولی زوج و عدد تاس دومی مضرب ۵ باشد.

(پ) هر دو عدد رو شده، اعداد اول باشند.

(ت) یکی از اعداد رو شده فرد و دیگری زوج باشد.

(ث) اعداد رو شده، هر دو شمارنده ۶ باشند.

(ج) دو عدد رو شده مثل هم باشند.

۱۲ در پرتاب دو تاس احتمال این که حداقل یکی از تاس ها عدد ۳ بیاید، چقدر است؟

۱۳ یکی از مقسوم علیه های مثبت عدد ۶۰ را انتخاب می کنیم، چقدر احتمال دارد که این عدد کم تر از ۷ باشد؟

سؤالات چهار گزینه ای

۱ کدام توصیف، یک مجموعه را مشخص می کند؟

(۱) سه عدد زوج یک رقمی

(۲) اعداد طبیعی بین ۳ و ۴

(۳) اعداد بسیار بزرگ

(۴) پنج مضرب طبیعی ۵ که کوچک تر از ۳۵ باشند.

۲ کدام مجموعه تهی است؟

(۱) مجموعه اعداد طبیعی فرد بین ۱۰ و ۱۲

(۲) مجموعه اعداد طبیعی زوج بین ۷ و ۹

(۳) مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۳ بین ۱۷ و ۱۹

(۴) مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۳ بین ۱۳ و ۱۵

۳ تعداد عضو های کدام مجموعه با دیگر گزینه ها متفاوت است؟

(۱) مجموعه اعداد طبیعی بزرگ تر از ۳ و کوچک تر از صفر

(۲) مجموعه اعداد اول زوج بزرگ تر از ۲

(۳) مجموعه اعداد اول مضرب ۷

(۴) جواب های طبیعی معادله $2x + 9 = 1$

۴ کدام گزینه درست است؟

(۱) $\emptyset \in \{ \}$

(۲) $\emptyset \notin \{ \}$

(۳) $\emptyset \subseteq \mathbb{N}$

(۴) $\emptyset \in \mathbb{W}$

۵ اگر $\{5, 2x, 2-y\} = \{-1, 2+y, 4\}$ ، حاصل $x^2 + y$ چقدر است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۷ (۴) -۷

۶ اگر $a, b \in \mathbb{N}$ و دو مجموعه زیر با هم برابر باشند، حاصل $a+b$ کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۳ (۳) $A = \{-3, 8, 17\}$

(۳) ۸ (۴) ۱۰ $B = \{3-b, a+2, 17\}$

۷ مجموعه $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \emptyset\}\}$ چند عضو دارد؟

(۱) ۳ (۲) ۴

(۳) ۵ (۴) ۶

۸ کدام گزینه نمایش مجموعه اعداد طبیعی فرد می باشد؟

(۱) $\{2x \mid x \in \mathbb{N}\}$ (۲) $\{2x+1 \mid x \in \mathbb{N}\}$

(۳) $\{2x-1 \mid x \in \mathbb{W}\}$ (۴) $\{2x+1 \mid x \in \mathbb{W}\}$

۹ اگر $D = \{\{1, 5\}, \{2\}, 2\}$ ، آن گاه این مجموعه چند زیر مجموعه غیر تهی دارد؟

(۱) ۷ (۲) ۸

(۳) ۳ (۴) ۱۵

۱۰ در یک مجموعه ۷ عضوی، تعداد زیر مجموعه هایی که بیش از یک عضو دارند،

چند تا است؟

(۱) ۱۲۸ (۲) ۱۲۶

(۳) ۱۲۴ (۴) ۱۲۰

۱۱ مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} \mid \frac{2x}{x} \in \mathbb{N}\}$ چند عضو دارد؟

(۱) ۱۰ (۲) ۸

(۳) ۵ (۴) ۶

۱۲ کدام یک، زیر مجموعه ای از مجموعه اعداد فرد طبیعی است؟

(۱) $A = \{5k - 2 \mid k \in \mathbb{N}\}$ (۲) $B = \{3k \mid k \in \mathbb{N}\}$

(۳) $C = \{7k - 6 \mid k \in \mathbb{N}\}$ (۴) $D = \{4k + 3 \mid k \in \mathbb{N}\}$

فصل ۱: مجموعه ها

سوالات چهار گزینه ای

۱۳ اگر $E = \{2x+2 | x \in \mathbb{N}\}$ ، کدام مجموعه، زیر مجموعه E محسوب نمی شود؟

(۱) $\{5, 8, 14\}$

(۲) $\{3^x - 2 | x \in \mathbb{N}\}$

(۳) $\{6x+2 | x \in \mathbb{N}\}$

(۴) $\{3 \cdot 2, 3 \cdot 5\}$

۱۴ اگر مجموعه های A و B به صورت زیر باشند، مجموعه B چند عضو دارد؟

(۱) $A = \{0, -3, -1, 1, 3\}$

(۲) $B = \{x | x = \frac{k}{k^2}, x \in \mathbb{Z}, k \in A\}$

(۳) $B = \{x | x = \frac{k}{k^2}, x \in \mathbb{Z}, k \in A\}$

(۴) $B = \{x | x = \frac{k}{k^2}, x \in \mathbb{Z}, k \in A\}$

۱۵ برای دو مجموعه A و B می دانیم $B \subseteq A$ ، حداکثر تعداد اعضای مجموعه B چقدر است؟

(۱) $A = \{1, 2, 3, \dots, 25\}$

(۲) $B = \{x | x = 3k - 2, k \in A\}$

(۳) $B = \{x | x = 3k - 2, k \in A\}$

(۴) $B = \{x | x = 3k - 2, k \in A\}$

۱۶ اگر $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$ ، آن گاه چند مجموعه مانند C وجود دارد که در شرط $A \subseteq C \subseteq B$ صدق کند؟

(۱) ۶۴

(۲) ۱۲۰

(۳) ۳۲

(۴) ۴۸

۱۷ چند مجموعه متفاوت از اعداد طبیعی کوچک تر از ۳۰ می توان نوشت که هر کدام فقط شامل مضرب های عدد ۶ باشند؟

(۱) ۱۵

(۲) ۱۶

(۳) ۳۱

(۴) ۳۲

۱۸ مجموع اعضای مجموعه F کدام است؟

(۱) ۱۱۶

(۲) ۲۴

(۳) ۴۹

(۴) ۱۲۴

۱۹ مجموعه $A = \{x | \frac{2x+1}{3} \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$ کدام است؟

(۱) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

(۲) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

(۳) $\{1, \frac{5}{2}\}$

(۴) $\{1, \frac{5}{2}, 3\}$

۲۰ اگر $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, x < 4\}$ و $B = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 3\}$ آن گاه کدام گزینه نادرست است؟

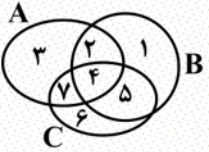
(۱) $A \cap B = \{1, 2, 3\}$

(۲) $A - B = W$

(۳) $B - A = \emptyset$

(۴) $A \cup B = A$

۲۱ مجموعه A, B و C در نمودار زیر مشخص شده اند، عدد ۵ در چه تعداد از مجموعه های زیر قرار دارد؟



۱ (۱)

(۲) $(A \cap B) \cup C$

(۳) $(A \cup B) - C$

(۴) $(A \cup C) - B$

(۵) $(A \cap B) - (A \cap C)$

(۶) $(A \cup B) - (A \cap B)$

۲۲ اگر $A - B = \{1, 4, 7\}$ و $B - A = \{5, 9\}$ باشند، آنگاه $(A \cup B) - (A \cap B)$ کدام است؟

(۱) $\{1, 4, 7, 5, 9\}$

(۲) $\emptyset$

(۳) $\{4, 5\}$

(۴) $\{1, 4, 5\}$

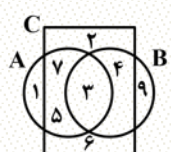
۲۳ با توجه به نمودار ون مقابل، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) $9 \in (B - A)$

(۲) $5 \notin (B \cap C)$

(۳) $6 \in (C - (A \cup B))$

(۴) $3 \in (A - C)$



۲۴ اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{2, \{2\}, \{2, 4\}\}$ باشند، کدام گزینه درست است؟

(۱) $\{2, \{2\}\} \subseteq B$

(۲) $\{2, \{2\}\} \subseteq A \cap B$

(۳) $\{2, 4\} \subseteq B$

(۴) $\{2\} \subseteq A \cap B$

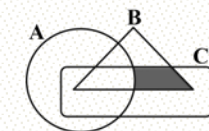
۲۵ کدام مجموعه، قسمت رنگی را توصیف می کند؟

(۱) $(C - A) \cup B$

(۲) $A - (C \cap B)$

(۳) $C - (A - B)$

(۴) $(B - A) \cap C$



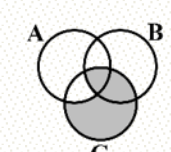
۲۶ در شکل زیر قسمت رنگ شده کدام عبارت را نشان می دهد؟

(۱) $(C - A) \cap (A \cap B \cap C)$

(۲) $(B - C) \cup (A \cap B \cap C)$

(۳) $(C - A) \cup (A \cap B \cap C)$

(۴) $(C - B) \cap (A \cap B \cap C)$



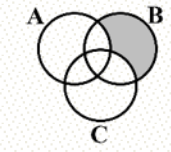
۲۷ در شکل زیر قسمت رنگ شده کدام عبارت را نشان می دهد؟

(۱) $(B - A) \cap C$

(۲) $(B - C) \cap A$

(۳) $B - (A \cup C)$

(۴) $A - (B \cup C)$



سؤالات چهار گزینه ای

۳۶ اگر $A \subseteq B$ ، آن گاه حاصل مجموعه $(A \cup B) \cap (A - B)$ کدام است؟

- (۱) $B - A$
(۲) A
(۳) B
(۴) $\emptyset$

۳۷ اگر $A \subseteq C$ و $B \cap C = C$ ، آن گاه حاصل عبارت $(C - B) \cup (A \cup B)$ کدام است؟

- (۱) $\emptyset$
(۲) B
(۳) A
(۴) $A - C$

۳۸ در یک کلاس ۳۸ نفره، ۲۱ نفر در درس ریاضی و ۲۵ نفر در درس شیمی قبول شده اند ولی ۶ نفر در هر دو درس مردود شده اند چند نفر در هر دو درس قبول شدند؟

- (۱) ۸
(۲) ۱۲
(۳) ۱۴
(۴) ۴۶

۳۹ اگر $n(A) = 7$ و $n(B) = 3$ ، آن گاه حداکثر مقدار $n(A \cup B)$ کدام می باشد؟

- (۱) ۴
(۲) ۷
(۳) ۹
(۴) ۱۰

۴۰ خانواده ای دارای سه فرزند است احتمال این که هر سه فرزند این خانواده دختر باشند چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$
(۲) $\frac{7}{8}$
(۳) $\frac{3}{8}$
(۴) $\frac{2}{3}$

۴۱ خانواده ای دارای ۴ فرزند است. احتمال آن که فرزند بزرگ تر دختر بوده و خانواده، حداکثر ۲ پسر داشته باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{16}$
(۲) $\frac{3}{8}$
(۳) $\frac{7}{16}$
(۴) $\frac{1}{2}$

۴۲ ۵ سکه را با هم پرتاب می کنیم احتمال این که حداکثر یک سکه پشت ظاهر شود کدام است؟

- (۱) $\frac{28}{32}$
(۲) $\frac{15}{16}$
(۳) $\frac{31}{32}$
(۴) $\frac{3}{16}$

۴۳ از بین مجموعه اعداد زوج دو رقمی عددی به تصادف انتخاب می کنیم، احتمال آن که مضرب ۵ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$
(۲) $\frac{3}{25}$
(۳) $\frac{11}{50}$
(۴) $\frac{1}{5}$

۴۴ عددی از اعداد ۱ تا ۴۲، به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال این که این عدد شمارنده ۴۲ نباشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{17}{20}$
(۲) $\frac{17}{21}$
(۳) $\frac{29}{42}$
(۴) $\frac{31}{42}$

۳۷ احتمال انتخاب عددی اول و فرد از مجموعه A کدام است؟

$$A = \{x | x = 3k - 1, k \in \mathbb{N}, k \leq 15\}$$

- (۱) $\frac{3}{5}$
(۲) $\frac{7}{15}$
(۳) $\frac{2}{5}$
(۴) $\frac{1}{3}$

۳۸ کارت هایی با شماره های ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ وجود دارند در یک لحظه یک کارت انتخاب کرده و تاس را می اندازیم، احتمال این که حاصل ضرب عدد روی تاس و شماره کارت انتخابی، مربع کامل شود، چقدر است؟

- (۱) $\frac{5}{1}$
(۲) $\frac{2}{2}$
(۳) $\frac{2}{15}$
(۴) $\frac{1}{6}$

۳۹ احتمال آن که در پرتاب هم زمان دو تاس متمایز، حاصل ضرب اعداد رو شده اول باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{36}$
(۲) $\frac{1}{18}$
(۳) $\frac{1}{12}$
(۴) $\frac{1}{6}$

۴۰ دو تاس را با هم پرتاب می کنیم، چه قدر احتمال دارد که مجموع دو عدد رو شده بزرگ تر از ۴ باشد؟

- (۱) $\frac{4}{9}$
(۲) $\frac{1}{9}$
(۳) $\frac{1}{6}$
(۴) $\frac{5}{6}$

۴۱ دو تاس را با هم می اندازیم، با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده یک عدد اول نیست؟

- (۱) $\frac{5}{12}$
(۲) $\frac{5}{9}$
(۳) $\frac{4}{9}$
(۴) $\frac{7}{12}$

۴۲ دو تاس را با هم پرتاب می کنیم، احتمال این که عدد تاس اول بر عدد تاس دوم، بخش پذیر باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{7}{18}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{4}{9}$
(۴) $\frac{1}{3}$

۴۳ در ظرفی ۷ مهره آبی، ۵ مهره قرمز و ۲ مهره سبز قرار دارد. در اولین اقدام ۲ مهره به رنگ های سبز و آبی از ظرف خارج می کنیم. پس از آن به طور تصادفی مهره ای از ظرف خارج می کنیم. احتمال این که مهره سوم، قرمز نباشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{3}{7}$
(۴) $\frac{7}{12}$

۴۴ احتمال قبولی حسین در یک آزمون $\frac{3}{4}$ و احتمال قبولی پویا در همان آزمون است. احتمال این که فقط یکی از آن دو در آزمون قبول شود، چقدر است؟

- (۱) $\frac{11}{18}$
(۲) $\frac{7}{18}$
(۳) $\frac{5}{12}$
(۴) $\frac{5}{18}$

فصل ۲: عددهای حقیقی

درس ۱: عددهای گویا

فعالیت ۱

در فصل گذشته با نمایش های مختلف مجموعه های اعداد آشنا شدید. عبارت های زیر را مانند نمونه کامل کنید:

عبارت کلامی	اعددهای طبیعی بیشتر یا مساوی ۳
زبان نمادین	$\{x \in \mathbb{N} x \geq 3\} = \{3, 4, 5, \dots\}$
محور	
عبارت کلامی	اعددهای حسیلی
زبان نمادین	$\{x \in \mathbb{W} x \leq 2\} = \{ \}$
محور	
عبارت کلامی	عددهای صحیح بین ۲ و ۳
زبان نمادین	$\{x \in \mathbb{Z} \quad \quad \quad\} = \{ \}$
محور	
عبارت کلامی	عددهای صحیح بزرگ تر از -۱
زبان نمادین	$\{ \quad \quad \quad \} = \{ \}$
محور	

نامساوی $x \geq 3$ برای کدام یک از عددهای زیر درست است؟

۱، ۲، ۳، ۴، ۵

فعالیت ۲

می خواهیم بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ چند کسر بنویسیم. روش های مختلفی را که چهار دانش آموز نوشته اند، بررسی و کامل کنید؛ راه حل هر کدام را توضیح دهید.

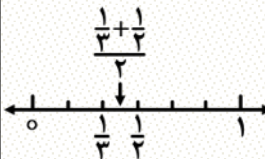
روش مریم

روش پها

روش مهناز

روش عطیه

$$\frac{1}{3} < ? < \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{3} < ? < \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{2} < \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{1}{4}$$

فعالیت ۲

الف) با یکی از روش ها توضیح دهید که چرا بین دو کسر می توان بی شمار، کسر پیدا کرد

ب) آیا مجموعه عددهای گویا را می توان با نوشتن عضوها نشان داد؟ چرا؟

ج) آیا می توان مجموعه عددهای گویا را با محور اعداد نمایش داد؟

د) عددهای گویا را به زبان نمادین معرفی کنید.

کاردر کلاس ۱

بین $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{4}$ سه کسر پیدا کنید؛ روش خود را توضیح دهید.

کاردر کلاس ۲

بین ۱- و $\frac{1}{4}$ - سه کسر پیدا کنید؛ روش خود را توضیح دهید.

فعالیت ۱

روش های مختلف دانش آموزی برای مقایسه اعداد:

$$\frac{5}{9}, \frac{7}{8}, \frac{5}{6}, \frac{3}{5}$$

روش شاهد شاهد به صورت تقریبی کسرهای $\frac{3}{5}$ و $\frac{5}{6}$ را روی محور مشخص کرده است.

آیا به نظر شما استفاده از این روش برای نمایش دو کسر دیگر مناسب است؟

روش مرتضی مرتضی مخرج مشترک کسرها را پیدا کرد و با هم مخرج کردن کسرها، آنها را مقایسه می کند. توضیح دهید که عدد ۳۶۰ چگونه به دست می آید. کار مرتضی را کامل کنید:

$$\frac{5}{9} = \frac{\quad}{360} \quad \frac{7}{8} = \frac{\quad}{\quad} \quad \frac{5}{6} = \frac{\quad}{\quad} \quad \frac{3}{5} = \frac{\quad}{\quad}$$

روش مجید مجید به کمک ماشین حساب، نمایش اعشاری هر کسر را تا دو رقم اعشار نوشت. شما کار او را کامل، و کسرها را مقایسه کنید:

$$\frac{5}{9} = \quad \quad \frac{7}{8} = \quad \quad \frac{5}{6} = \quad \quad \frac{3}{5} = \quad$$

فعالیت ۲

با استفاده از تقسیم، نمایش اعشاری کسرهای زیر را بنویسید:

$$\frac{3}{8} = \quad \quad \frac{1}{3} = \quad \quad \frac{7}{6} = \quad$$

بین نمایش اعشاری این کسرها چه تفاوتی هست؟

فصل ۲: عددهای حقیقی

کاردر کلاس

نمایش اعدادی هریک از کسرهایی زیر را بنویسید:

$$\begin{array}{ccc} \bullet \frac{5}{11} = & \bullet \frac{7}{9} = & \bullet \frac{5}{6} = \\ \bullet \frac{7}{22} = & \bullet \frac{3}{20} = & \bullet \frac{5}{16} = \end{array}$$

تمرین ۱

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید و تا حد امکان ساده کنید:

$$\bullet (-\frac{1}{9} - 1) \div (\frac{1}{3} + 3\frac{5}{6} - 2)$$

$$\bullet \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{5}{10} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2}} \div 5\frac{1}{3}$$

$$\bullet -\frac{1}{2} + \frac{-5}{6} \div \frac{7}{3} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3}$$

$$\bullet \frac{1}{-1 - \frac{1}{-1 - \frac{1}{3}}}$$

تمرین ۲

عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید:

$$\text{الف) } \frac{7}{8}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 2, -3\frac{5}{6}$$

$$\text{ب) } \frac{16}{7}, -\frac{3}{4}, 2/75, -\frac{5}{6}, 4\frac{3}{5}, \frac{56}{13}$$

تمرین ۳

بین هر دو کسر، سه کسر بنویسید.

$$\text{الف) } \frac{10}{11}, \frac{12}{13}$$

$$\text{ب) } 0, -\frac{1}{3}$$

درس ۲: عددهای حقیقی

فعالیت ۱

پنج عدد بین ۱ و ۲ معرفی کنید و آن ها را روی محور نمایش دهید.



فعالیت ۲

با توجه به این که مقدار تقریبی $\sqrt{2}$ مساوی $1/4$ است، آن را روی محور نشان دهید.

فعالیت ۳

معلم از دانش آموزان خواست با ماشین حساب، مقدار تقریبی عدد $\sqrt{2}$ را بنویسند. با توجه به اینکه دانش آموزان از ماشین حساب های مختلف استفاده می کردند، تعداد رقم هایی که نوشته بودند، متفاوت بود. سه نمونه از صفحه نمایش ماشین حساب ها را در زیر می بینید. با توجه به آن ها به سؤال های زیر پاسخ دهید:

1.4142136 1.414213562
1.41421356237

● چرا در ماشین حساب ۸ رقمی، رقم آخر با رقم مشابه در ماشین حساب ۱۲ رقمی تفاوت دارد؟

● چرا این تفاوت در ماشین حساب های ۱۰ رقمی و ۱۲ رقمی دیده نمی شود؟

● با توجه به عددی که ماشین حساب ۱۲ رقمی نشان می دهد، آیا تناوب (تکرار منظم) در رقم های اعشاری دیده می شود؟

● مقدار تقریبی $\sqrt{2}$ ، تا ۱۵ رقم اعشار محاسبه، و در زیر نوشته شده است:

1.414213562373095

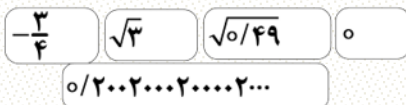
● آیا در ۱۵ رقم نشان داده شده برای $\sqrt{2}$ ، تناوبی می بینید؟

اگر عدد n مربع کامل نباشد، $\sqrt{n}$ گنگ است، مانند $\sqrt{15}$ ، $\sqrt{6}$ ، ... (عددهایی مانند ۱۶، ۹، ۴۰، ... مربع کامل است).

عددهایی مانند $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{10}$ ، ... و $0/100100010000...$ و π ، که تعداد ارقام اعشاری آن ها بی شمار و دارای دوره تناوب نیستند، عدد گنگ (اصم) می گوئیم و آن را با Q' یا Q^c نمایش می دهیم.

مثال

مجموعه های N و Z و Q و Q' به کمک نمودار ون، مشخص شده است.



کاردر کلاس

کدام عبارت، درست و کدام عبارت، نادرست است؟

- $Q \cap Q' = \emptyset$
- $N \subseteq Q'$
- $Z \subseteq Q$
- $Z \subseteq Q'$

فصل ۲: عددهای حقیقی

فعالیت

الف) بین دو عدد ۱ و ۲ چند عدد گویا می‌توان نوشت؟

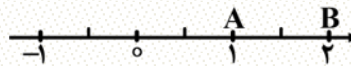
ب) اگر این عددها را روی محور نمایش دهیم، متناظر با این عددها، چند نقطه روی محور می‌توان پیدا کرد؟

ج) روی محور نقطه نمایش $\sqrt{2}$ را پیدا کنید.

د) اگر نقاطی را رنگ کنیم که عددی گویا را نمایش می‌دهد، آیا همه نقاط پاره خط AB رنگ می‌شود؟

آیا $\sqrt{2}$ نیز رنگ می‌شود؟

آیا این نقاط، که هر کدام نمایش یک عدد گویا است، یک پاره خط به وجود می‌آورد؟ چرا؟



مثال

روی محور نقطه نمایش $\sqrt{10}$ را پیدا کنید.

مثال

چرا $\sqrt{7}$ بین دو عدد صحیح ۲ و ۳ قرار دارد؟

کاردر کلاس ۱

بین $\sqrt{5}$ و $\sqrt{10}$ ، چهار عدد گنگ بنویسید.

کاردر کلاس ۲

بین دو عدد ۲ و ۳ چهار عدد گنگ بنویسید.

کاردر کلاس ۳

مجموعه A به صورت $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2 \leq x \leq 3\}$ را در نظر بگیرید. آیا نمایش A به صورت زیر درست است؟



نقطه نمایش $\sqrt{5}$ را روی محور مشخص کنید.

دسته بندی اعداد

$$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$$

$$\mathbb{Q}' \subseteq \mathbb{R}$$

$$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$$

$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$$

$\mathbb{R}$

$\mathbb{Q}'$

$\mathbb{Q}$

مثال

$$0 \in \mathbb{R} \quad \sqrt{10} \in \mathbb{R} \quad -\frac{5}{6} \in \mathbb{Q}$$

$$0/75 \in \mathbb{R} \quad 0/0.220222022202222 \dots \in \mathbb{R}$$

$$\pi \in \mathbb{R} \quad \frac{5}{\sqrt{2}} \in \mathbb{R}$$

کاردر کلاس ۱

داخل $\bigcirc$ علامت $\in$ یا $\notin$ بگذارید:

$4 \bigcirc \mathbb{Z}$	$0/2 \bigcirc \mathbb{Q}$	$\sqrt{18} \bigcirc \mathbb{R}$
$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \bigcirc \mathbb{R}$	$-5 \bigcirc \mathbb{R}$	$-\frac{7}{4} \bigcirc \mathbb{Z}$
$\sqrt{25} \bigcirc \mathbb{Q}'$	$\frac{0}{6} \bigcirc \mathbb{R}$	$\sqrt{3/5} \bigcirc \mathbb{Q}'$
$\sqrt{0/9} \bigcirc \mathbb{Q}'$	$\sqrt{0/09} \bigcirc \mathbb{Q}$	$-9 \bigcirc \mathbb{Z}$

کاردر کلاس ۲

مجموعه‌های سطر اول را به مجموعه مناسب در سطر دوم وصل کنید. هر مجموعه در سطر اول با یک مجموعه در سطر دوم مساوی است.

$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}'$	$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Z}$	$\mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$	$\mathbb{Q}' \cap \mathbb{R}$	$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$
$\mathbb{Z}$	$\emptyset$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Q}'$	$\mathbb{R}$

فعالیت

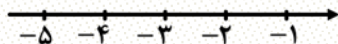
با توجه به این که مجموعه عددهای حقیقی تمام عددها را شامل می‌شود مجموعه‌های زیر را مانند نمونه روی محور نشان دهید:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 3\}$$

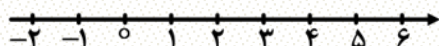


با توجه به مجموعه A چرا نقطه ۲ روی محور توپر و نقطه ۳ روی محور توخالی است؟

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}$$



$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 5\}$$



$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 6\}$$

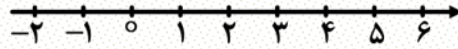


فصل ۲: عددهای حقیقی

کاردر کلاس ۱

مجموعه‌های زیر را روی محور نشان دهید و یا با توجه به محور، مجموعه متناظر آن را بنویسید:

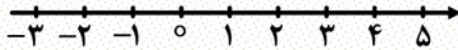
$$A = \{x \in \mathbb{R} | x > -1\}$$



$$B = \{ \quad \quad \quad \}$$



$$C = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 2\}$$



کاردر کلاس ۲

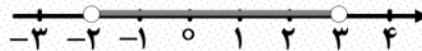
با توجه به سه مجموعه های A ، B و C در سؤال ۱ عبارت درست را با علامت ☒ مشخص کنید.

$$0/75 \in A \quad 0/252552555 \dots \in B \quad \sqrt{13} \in A$$

$$\sqrt{7} \in C \quad \sqrt{1} \in A \quad -1000 \in C$$

کاردر کلاس ۳

کدام یک از مجموعه‌های زیر با مجموعه نقاط روی شکل زیر، برابر است؟



الف) $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$

ب) $\{x \in \mathbb{R} | x > -2\}$

ج) $\{x \in \mathbb{R} | -2 < x < 3\}$

تمرین ۱

سطرها را مانند سطر اول کامل کنید.

مجموعه	$\frac{6}{2}$	-10	$0/29229\dots$	$-\frac{3}{4}$	π	0	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3/2}$
طبیعی $\mathbb{N}$								
حسابی $\mathbb{W}$								
صحیح $\mathbb{Z}$								
گویا $\mathbb{Q}$								
گنگ $\mathbb{Q}'$								
حقیقی $\mathbb{R}$								

تمرین ۲

در هر یک از حالت های (الف) و (ب) تفاوت دو مجموعه را با ذکر دلیل بنویسید:

الف) $A = \{x \in \mathbb{R} | 1/5 < x < 5\}$

$B = \{x \in \mathbb{Q} | 1/5 < x < 5\}$

$C = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

ب) $D = \{x \in \mathbb{R} | 3 < x < 9\}$

تمرین ۳

طرف دوم تساوی های زیر را کامل کنید:

۱- $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \square$

۲- $\mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \square$

۳- $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \square$

۴- $\mathbb{R} \cap \mathbb{Q}' = \square$

تمرین ۴

عدد $1 + \sqrt{5}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

تمرین ۵

بین هر دو عدد، چهار عدد گنگ بنویسید:

الف) $-2, 5$

ب) $6, 7$

ج) $\sqrt{3}, 6$

د) $\sqrt{2}, \sqrt{4/1}$

تمرین ۶

عبارات درست را با ☒ و عبارات نادرست را با ☒ مشخص کنید.

برای عبارات درست مثال بزنید.

۱- عددی وجود دارد که صحیح و گویا باشد.

۲- عددی وجود دارد که گویا و گنگ باشد.

۳- عددی وجود دارد که حقیقی و گنگ باشد.

۴- عددی وجود دارد که حقیقی و طبیعی باشد.

تمرین ۷

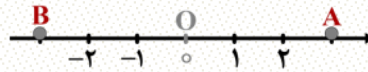
در نمایش اعشاری عدد $\sqrt{10}$ و عدد $\frac{3}{11}$ چه تفاوتی هست؟

فصل ۲: عددهای حقیقی

درس ۳: قدر مطلق و محاسبه تقریبی

فعالیت ۱

با توجه به شکل، به سؤالات زیر پاسخ دهید:

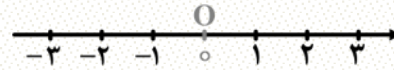


● نقاط A و B چه عددی را نمایش می‌دهد؟

● فاصله نقطه A از O یا طول پاره خط OA چقدر است؟

● فاصله نقطه B از O یا طول پاره خط OB چقدر است؟

می‌خواهیم نقطه‌ای را روی محور بیابیم که فاصله آن از O برابر ۲ باشد.



فعالیت ۲

نقطه C را روی محور نمایش دهید به طوری که طول OC برابر ۲ باشد؛ چند نقطه می‌توان یافت؟

قدر مطلق یک عدد حقیقی

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

فاصله نقطه نمایش عدد a را (امپدا)، قدر مطلق a می‌نامیم و با علامت |a| (پخوانید قدر مطلق a) نمایش می‌دهیم؛ بنابراین در مثال پلامی توان نوشت:

$$|-2| = |2| = 2$$

● $ -5 =$	● $ +11 =$	● $ 0 =$
● $ +5 =$	● $ -1 =$	
● $ -11 =$	● $ +9 =$	

مثال

فاصله نقاط نظیر دو عدد $\frac{2}{3}$ و $-\frac{2}{3}$ تا مبدأ برابر است.

پس قدر مطلق هر دو عدد $\frac{2}{3}$ و $-\frac{2}{3}$ برابر است؛ یعنی:

مثال

قدر مطلق $-\sqrt{5}$ را به صورت نشان می‌دهیم که مساوی است.

قدر مطلق $4/0$ را به صورت نشان می‌دهیم که مساوی است.

● $ 10-20+5 =$
● $ (-6) \times (+10) =$

مثال

● $- -9 + 2\frac{1}{4} - 3 =$
● $ \sqrt{3} - 2 =$
● $ 4 \times 7 \div (-2) + 3 - 9 =$
● $ -8 + 10 \div (-2) \times (+5) =$

کاردر کلاس ۱

جملات سمت راست را به عبارات مناسب در سمت چپ وصل کنید.

① $a > 0, b < 0$	الف) دو عدد a و b مثبت است.
② $a > 0, b > 0$	ب) عدد a نامنفی است.
③ $a \geq 0$	ج) دو عدد a و b منفی است.
④ $a < 0, b < 0$	د) عدد a مثبت و عدد b منفی است.
⑤ $a \leq 0$	ه) عدد a نامثبت است.

کاردر کلاس ۲

هر عبارت سمت راست، نتیجه منطقی یک عبارت در سمت چپ است. عبارات مناسب را به هم وصل کنید:

الف) $a > 0, b > 0$	① $ab < 0$
ب) $a < 0, b < 0$	② $ab > 0, a + b > 0$
ج) $a < 0, b > 0$	③ $ab > 0, a + b < 0$

کاردر کلاس ۳

هر عبارت سمت راست، نتیجه منطقی یک عبارت در سمت چپ است. عبارات مناسب را به هم وصل کنید:

الف) $a \geq 0$	① $ a = -a$
ب) $a > 0, b > 0$	② $ a = a$
ج) $a < 0$	③ $ a+b = a+b$
د) $a < 0, b < 0$	④ $ a+b = -(a+b)$

کاردر کلاس ۴

عبارات زیر را به زبان ریاضی بنویسید و برای هر کدام مثال بنویسید:

① قدر مطلق حاصل ضرب دو عدد، مساوی با حاصل ضرب قدر مطلق آن‌هاست.

② قدر مطلق مجموع دو عدد، از مجموع قدر مطلق‌های آن دو عدد، کوچک‌تر یا مساوی با آن است.

فصل ۲: عددهای حقیقی

فعالیت

مقدار تقریبی عددهای زیر تا یک رقم اعشار نوشته شده است:

$$\begin{array}{l} \sqrt{2} \approx 1/4 \quad \sqrt{3} \approx 1/7 \\ \sqrt{5} \approx 2/2 \quad \sqrt{6} \approx 2/4 \quad \sqrt{7} \approx 2/6 \quad \sqrt{8} \approx 2/8 \end{array}$$

با توجه به مقادیر تقریبی فوق، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\begin{array}{l} \bigcirc |1 - \sqrt{2}| = \\ \bigcirc |2 - \sqrt{3}| = \\ \bigcirc |\sqrt{7} - \sqrt{8}| = \\ \bigcirc |2\sqrt{5} - \sqrt{5}| = \\ \bigcirc |-4 - \sqrt{3}| = \end{array}$$

مثال

اگر $a = \frac{1}{4}$ و $b = \sqrt{2}$ و $c = -3$ باشد، حاصل عبارت $|a + b + c|$ به دست می‌آوریم.

مثال

$$\begin{array}{l} \bigcirc |3 - \sqrt{5}| + |-2 - \sqrt{5}| = \\ \bigcirc |2 - \sqrt{3}| - |1 - \sqrt{3}| = \\ \bigcirc |1 - a| + |a| = \\ \bigcirc a + |a| = \\ \bigcirc \frac{a}{|a|} = \end{array}$$

$$: a < 0$$

$$: a < 0$$

$$: a < 0$$

فعالیت

جدول زیر را کامل کنید:

نتیجه:

$\sqrt{a^2}$	$\sqrt{(-3)^2}$	$\sqrt{6^2}$	$\sqrt{(-6)^2}$	$\sqrt{(-7)^2}$	$\sqrt{(-127)^2}$
حاصل					

$$\bigcirc \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} =$$

کاردر کلاس ۱

عبارت‌های زیر را با هم مقایسه کنید:

$$\text{الف) } |(-7)^2| \bigcirc |-7|^2$$

$$\text{ب) } |-8 + 5| \bigcirc |-8| + |5|$$

$$\text{ج) } |3 - 9| \bigcirc |3| - |9|$$

کاردر کلاس ۲

عبارات زیر را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید:

$$\begin{array}{l} \bigcirc |0| = \\ \bigcirc |-\frac{4}{3}| = \\ \bigcirc |7^3 - 7^4| = \\ \bigcirc |0/35 - 0/26| = \end{array}$$

کاردر کلاس ۳

حاصل عبارت زیر را به دست آورید:

$$\begin{array}{l} \bigcirc \sqrt{(-2595)^2} = \\ \bigcirc \sqrt{(1394)^2} = \\ \bigcirc \sqrt{(-3 + \sqrt{10})^2} = \\ \bigcirc \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = \end{array}$$

تمرین ۱

اگر $a = 0/25$ و $b = -\frac{1}{4}$ و $c = 2\frac{1}{4}$ باشد، حاصل $|a + b| + 2|a - b - c|$ را به دست آورید.

تمرین ۲

عبارات زیر را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید:

$$\begin{array}{l} \bigcirc |-3\sqrt{5}| = \\ \bigcirc |7 - 5\sqrt{3}| = \\ \bigcirc |0 + \sqrt{5}| = \end{array}$$

تمرین ۳

جای خالی را با عدد مناسب پر، و جواب‌هایتان را در کلاس با سایر دوستانتان مقایسه کنید:

$$|5 - 12| > 1 + \bigcirc$$

تمرین ۴

مقدار عددی عبارت $|a| + a$ را به ازای $a = -2$ و $a = 0$ و $a = 2$ به دست آورید. آیا می‌توانید عددی حقیقی به جای a قرار دهید که حاصل $|a| + a$ منفی باشد؟

تمرین ۵

با ارائه یک مثال، نادرست بودن تساوی $\sqrt{a^2} = a$ را نشان دهید.

تمرین ۶

حاصل عبارت رویه‌رو را به دست آورید:

$$\bigcirc \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2}$$

$$\bigcirc \sqrt{(1 - \sqrt{10})^2}$$

سؤالات تشریحی

عددهای گویا

- ۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟
 الف حاصل کسر $\frac{2 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{5}{10} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2}}$ مساوی عدد $\frac{1}{3}$ - است.
 ب نمایش اعداد $\frac{7}{6}$ به صورت $\frac{1}{16}$ می باشد.
 پ هر عدد صحیح یک عدد گویا است.
 ت عدد $\frac{7}{18}$ بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ قرار دارد.
 ث عدد 0.2002002002002002 یک عدد گویاست.
 ج عدد اعشاری معادل با کسر $\frac{7}{10}$ مختوم است.

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید

- الف (بین هر دو عدد گویا می توان عدد گویای دیگر پیدا کرد.
 ب اگر کسری پس از ساده شدن در مخرج کسر شمارنده ۲ یا ۵ داشته باشد آن کسر نمایش اعشاری دارد.
 پ (نمایش اعشاری عدد $\frac{7}{3}$ برابر است با
 ت عدد $\frac{3}{13}$ یک عدد است. (گویا - گنگ - صحیح)
 ث عدد $\frac{3}{13}$ از $\frac{3}{12}$ است. (بزرگ تر - کوچک تر - مساوی)

۳ کدام یک از عددهای زیر دارای ارقام اعشاری بی شمار و دارای دوره تناوب است؟

- الف $\frac{1}{3}$ ب $\frac{1}{4}$
 ج $\frac{1}{5}$ د $\frac{1}{8}$
 ۴ نمایش اعشاری $\frac{5}{16}$ برابر است با:
 الف $\frac{1}{3}$ ب $\frac{1}{4}$
 ج $\frac{1}{5}$ د $\frac{1}{8}$

۵ کدام کسر نمایش اعشاری مختوم دارد؟

- الف $\frac{5}{6}$ ب $\frac{7}{9}$
 ج $\frac{3}{20}$ د $\frac{5}{11}$

۶ کدام یک از اعداد زیر اعداد اعشاری مختوم نمی باشند؟

- الف $-\frac{1}{4}$ ب $\frac{12}{15}$
 ج $-\frac{21}{35}$ د $\frac{21}{39}$

۷ حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

- $-\frac{1}{2} + \frac{-5}{6} \div \frac{7}{3}$
 • $-\frac{1}{2} + \frac{-2}{3} \div \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2}$

۸ الف نمایش اعشاری کسر $\frac{5}{18}$ متناوب است یا مختوم؟

ب چه تفاوتی بین نمایش اعشاری عدد $\sqrt{3}$ و تقریب اعشاری $\frac{7}{22}$ وجود دارد؟

۹ بین $\frac{6}{7}$ و $\frac{1}{9}$ سه کسر دیگر بنویسید

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{3}{8}$

۱۰ کسرهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

۱۱ حاصل عبارات زیر را بیابید

- $(\frac{1}{5} + \frac{3}{4}) \div (1 - \frac{1}{4})$
 • $\frac{5}{6} - \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} + \frac{1}{3}$
 • $\frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} \div \frac{-1 - \frac{3}{4}}{-1 + \frac{3}{4}}$

۱۲ الف آیا $4\frac{1}{5} - 4$ مساوی با $4 + \frac{1}{5}$ می باشد؟ چرا؟

ب آیا $2\frac{1}{3} - 2$ مساوی با $2 - \frac{1}{3}$ می باشد؟ چرا؟

پ حاصل عبارات $120\frac{1}{6} - 120\frac{3}{4} + 10\frac{7}{8}$ را بیابید

عددهای حقیقی

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

- الف حاصل جمع دو عدد گنگ، همواره عددی گنگ است.
 ب عددی وجود دارد که هم گویا و هم گنگ باشد.
 پ عددی وجود دارد که صحیح و حقیقی باشد.
 ت بین دو عدد $\sqrt{3}$ و $-\sqrt{3}$ بی شمار عدد صحیح وجود دارد.
 ث عدد $1 + \sqrt{7}$ بین ۲ و ۳ قرار دارد.

فصل ۲: عددهای حقیقی

سؤالات تشریحی

۶) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) اجتماع عددهای گویا و عددهای اصم را مجموعه عددهای می‌نامیم.

ب) اعدادی که رقم‌های اعشار آن‌ها بی‌نهایت و دوره تناوب ندارند اعداد نام دارند.

پ) عدد $\sqrt{5} + 3$ بین دو عدد صحیح و متوالی و قرار دارد.

ت) گذاشتن نماد مناسب ($\in, \notin, \subseteq, \supseteq$):

$$\sqrt{13} \bigcirc \mathbb{Q}$$

$$\mathbb{Q} \bigcirc \mathbb{R}$$

۳) کدام گزینه زیر نادرست است؟

الف) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R}$ (ب) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$

ج) $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{N}$ (د) $\mathbb{Q}' \subseteq \mathbb{R}$

۴) کدام یک از عبارات زیر درست است؟

الف) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \emptyset$ (ب) $\mathbb{R} \subseteq \mathbb{Q}$

ج) $\mathbb{W} - \mathbb{N} = \emptyset$ (د) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}$

۵) کدام گزینه یک عدد گنگ است؟

الف) $\sqrt{0.09}$ (ب) $-\frac{6}{5}$

ج) $\sqrt{24}$ (د) $0.52\bar{7}$

۶) عدد $-4 + \sqrt{10}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

الف) $0, 1$ (ب) $1, 2$

ج) $2, 3$ (د) $3, 4$

۷) حاصل کدام گزینه عددی بین ۲ و ۳ است؟

الف) $2 + \sqrt{2}$ (ب) $3 - \sqrt{2}$

ج) $\sqrt{7}$ (د) $1 + \sqrt{6}$

۸) حاصل $(\mathbb{R} - \mathbb{Q}') \cap \mathbb{Z}$ کدام است؟

الف) $\mathbb{Z}$ (ب) $\mathbb{Q}$

ج) $\mathbb{Q}'$ (د) $\mathbb{R}$

۹) کدام گزینه درست است؟

الف) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{Z}$

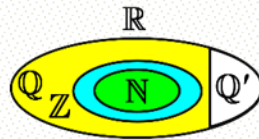
ب) $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{N}$

ج) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{Q}$

د) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

۱۰) با توجه به نمودار مجموعه‌های اعداد، به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) طرف دوم تساوی‌ها را کامل کنید.



۱) $\mathbb{R} - \mathbb{Q} =$

۲) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Z} =$

ب) درستی یا نادرستی عبارت‌های داده شده را مشخص کنید.

۱) $\frac{\sqrt{5}}{2} \in \mathbb{R}$

۲) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R}$

۳) $(\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}) \subseteq \mathbb{N}$

۱۱) مجموعه F را روی محور نمایش دهید و در داخل هر مربع علامت $\in$ یا $\notin$ قرار دهید.

$$F = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 3\}$$

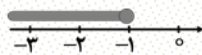
$\sqrt{8} \square F$

$-2 \square F$

$\sqrt{2} + 2 \square F$

۱۲) با توجه به محور، مجموعه داده شده را کامل کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid \quad \quad \quad \}$$



۱۳) اگر D مجموعه اعداد حقیقی بین ۳- و ۴ باشد:

الف) مجموعه D را روی محور نمایش دهید.

ب) آیا عدد $1 - \sqrt{7}$ به مجموعه D تعلق دارد؟

۱۴) الف) بین دو عدد $\sqrt{13}$ و ۴ دو عدد گنگ بنویسید.

ب) زیر اعداد گویا خط بکشید؟

$$-0.5, 0.123, 0.40404004004 \dots$$

۱۵) الف) بین دو عدد $\sqrt{3}$ و $\sqrt{11}$ دو عدد گویا بنویسید.

ب) بین دو عدد $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ چهار عدد گویا بنویسید.

۱۶) الف) عدد $2 + \sqrt{7}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

ب) عدد $-4 + \sqrt{2}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

سوالات تشریحی

۱۷ داخل ☐ علامت مناسب (یا $\notin$) بگذارید.

• $\sqrt{9} \in \mathbb{Q}'$

• $\frac{5}{\sqrt{7}} \in \mathbb{Q}$

۱۸ با توجه به مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2 \leq x \leq 5\}$ ، عبارت های درست را با علامت ☒ و علامت های نادرست را با علامت ☒ مشخص کنید.

• $\frac{3}{45} \in A$

• $\frac{4}{252252225} \dots \in A$

• $\sqrt{10} \in A$

قدر مطلق و محاسبه تقریبی

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) اگر $a + b > 0$ آن گاه a, b هر دو مثبت هستند.

ب) قدر مطلق هر عدد حقیقی منفی برابر با خود آن عدد است.

پ) قدر مطلق مجموع دو عدد همواره کوچک تر یا مساوی با مجموع قدر مطلق آن دو عدد است.

ت) رابطه $|ab| = |a| \times |b|$ همواره برقرار است.

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید

الف) به فاصله نقطه نمایش هر عدد از مبدأ آن عدد می گویند.

ب) اگر $x < 0$ و $y > 0$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$ برابر است.

پ) اگر $a < 0$ و $b > 0$ باشد، آن گاه حاصل عبارت $\sqrt{(ab)^2}$ برابر با می باشد.

ت) قدر مطلق هر عدد منفی برابر است با

ث) اگر $x > y$ باشد داریم $|x - y| = \dots\dots\dots$

۳ اگر $a < 0$ و $b < 0$ باشد، کدام عبارت همواره درست است؟

الف) $|a + b| = a - b$

ب) $|a + b| = -a + b$

ج) $|a + b| = a + b$

د) $|a + b| = -(a + b)$

۴ حاصل عبارت $\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$ کدام است؟

الف) $1 - \sqrt{3}$

ب) $1 + \sqrt{3}$

ج) $1 - \sqrt{3}$

د) $\sqrt{3} - 1$

۵ حاصل عبارت $\sqrt{(x - 3)^2}$ در صورتی که $x < 3$ باشد، کدام گزینه است؟

الف) $x - 3$

ب) $-x + 3$

ج) $-x - 3$

د) $x + 3$

۶ مقدار عبارت $|3 - 3 \times 3 \div 6 - 9|$ کدام است؟

الف) ۱۰

ب) -۱۰

ج) صفر

د) ۱۵

۷ الف) در $|\square| - 7 \leq -7 - 2$ چه عددی می توان در جای خالی قرار داد تا ناساوی درست باشد. سه عدد مثال بزنید.

ب) در تساوی $|\square \times 3| = \square \times \square$ چه عددی می توان در جای خالی قرار داد تا تساوی درست باشد. سه جفت عدد مثال بزنید.

۸ حاصل عبارات زیر را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید.

• $|2 - \sqrt{7}|$

• $|-6 - \sqrt{3}|$

• $|\sqrt{3} - 3\sqrt{5}|$

۹ عبارات زیر را ساده کنید

• $\sqrt{(-259)^2} =$

• $\sqrt{189^2} =$

• $\sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} =$

• $\sqrt{(7 - \sqrt{2})^2} =$

۱۰ حاصل عبارات های زیر را به دست آورید.

• $\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} =$

• $\sqrt{(3 - 2\sqrt{5})^2} =$

• $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - \sqrt{5} =$

• $|\sqrt{5} - 3| + |\sqrt{5} - 2| =$

۱۱ اگر $a = 5$ و $b = -2$ باشند، مقدار عبارت $\frac{|2a| - |b|}{2 - |-2a + b|}$ را به دست آورید.

۱۲ عبارت زیر را به زبان ریاضی بنویسید:

« قدر مطلق تفاضل دو عدد، بزرگ تر یا مساوی تفاضل قدر مطلق آن دو عدد است. »

۱۳ اگر $a = -\frac{1}{4}$ ، $b = -\frac{3}{4}$ و $c = -2\frac{1}{8}$ ، حاصل عبارات زیر را به دست آورید؟

• $|2a - b + c|$

• $|a + b| - |b - c| + |a + c|$

سوالات تشریحی

۱۳ اگر $a < 0$ ، $b < 0$ و $c > 0$ ، حاصل عبارات زیر را بدون استفاده از نماد قدر مطلق بنویسید

• $|a+b|+|ac|$

• $|ab|+|ac|$

سوالات چهارگزینه ای

۱ چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

(الف) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}'$

(ب) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$

(پ) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}'$

(ت) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۲ کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟

(۱) مجموع دو عدد گویا، همواره عددی گویا است.

(۲) مجموع دو عدد گنگ، می تواند عددی گویا باشد.

(۳) حاصل ضرب دو عدد گنگ، همواره عددی گنگ است.

(۴) حاصل ضرب یک عدد گویای غیر صفر در یک عدد گنگ، همواره عددی گنگ است.

۳ حاصل عبارت $[-(-2)^4] - 9(\frac{1}{3})^3 - 3 \times \frac{1}{4} - 3^2 + 2 - 2$ کدام است؟

(۱) $\frac{101}{3}$

(۲) $\frac{149}{3}$

(۳) $\frac{89}{3}$

(۴) $-\frac{89}{3}$

۴ پس از مرتب نمودن اعداد زیر از کوچک به بزرگ، مجموع دو عدد میانی کدام است؟

$\frac{55}{13}, \frac{42}{5}, -\frac{5}{6}, \frac{2}{45}, -\frac{4}{5}, \frac{17}{7}$

(۱) $\frac{689}{140}$

(۲) $\frac{687}{140}$

(۳) $\frac{683}{140}$

(۴) $\frac{681}{140}$

۵ حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$1 - \frac{3}{1 + \frac{2}{1 - \frac{1}{2}}}$$

$$\frac{1 + \frac{1}{2}}{1 + \frac{2}{3}}$$

(۱) $\frac{24}{95}$

(۲) $\frac{6}{15}$

(۳) $\frac{12}{47}$

(۴) $\frac{1}{19}$

۶ حاصل عبارت $\frac{a + \frac{1}{a}}{a + \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}$ به ازای $a = \frac{5}{4}$ کدام است؟

(۱) $\frac{33}{58}$

(۲) $\frac{58}{33}$

(۳) $\frac{11}{29}$

(۴) $\frac{29}{11}$

۷ کدام عدد زیر بین اعداد $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ قرار ندارد؟

(۱) $\frac{41}{140}$

(۲) $\frac{81}{280}$

(۳) $\frac{31}{105}$

(۴) $\frac{32}{105}$

۸ به ازای کدام مقدار x عدد گویای $\frac{x}{3}$ بین $\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{5}$ قرار می گیرد؟

(۱) ۱۶

(۲) ۱۳

(۳) ۱۱

(۴) ۷

۹ کسر $-\frac{9}{35}$ ، دقیقاً وسط دو کسر $\frac{1}{5}$ و $\frac{a}{b}$ قرار دارد. کدام است؟

(۱) $-\frac{5}{7}$

(۲) $-\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{3}{5}$

(۴) $\frac{5}{7}$

۱۰ کدام عدد به مجموعه اعداد گنگ تعلق دارد؟

(۱) $\sqrt{0.4}$

(۲) $\sqrt{0.81}$

(۳) $\sqrt{0.9}$

(۴) $\sqrt{1.31}$

۱۱ کدام نامساوی نادرست است؟

(۱) $4 < \sqrt{32} < 5$

(۲) $-1 < 1 - \sqrt{3} < 0$

(۳) $6 < 3\sqrt{15} < 9$

(۴) $0/6 < \sqrt{0/37} < 0/7$

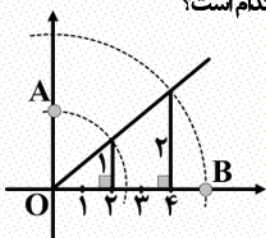
۱۲ در شکل زیر، فاصله دو نقطه A و B از یکدیگر کدام است؟
(کمان ها به مرکز مبدأ مختصات رسم شده اند.)

(۱) $2\sqrt{5}$

(۲) $\sqrt{30}$

(۳) $4\sqrt{2}$

(۴) ۵



۱۳ به ازای کدام مقدار m ، حاصل عبارت $\frac{\sqrt{3}+5}{\sqrt{27}+x}$ یک عدد گنگ است؟

(۱) -۱۰

(۲) -۱۵

(۳) ۱۵

(۴) ۱۰

سؤالات چهارگزینه ای

۱۴ به ازای کدام مقدار a ، عبارت $\sqrt{\frac{3a-1}{a}}$ یک عدد گنگ است؟

- (۱) $-\frac{1}{46}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{22}$ (۴) ۱

۱۵ اگر a, b, c اعداد حقیقی، $a < b < 0$ و $c > 0$ ، حاصل عبارت زیر، برابر با کدام گزینه است؟

$$A = |a-b| + |c| + |-2a| - |-b|$$

- (۱) $2b-3a+c$ (۲) $2b-a-c$

- (۳) $2b+a+c$ (۴) $3a+c$

۱۶ اگر a, b, c اعداد حقیقی و $0 < a < b < 4$ ، حاصل عبارت زیر برابر با کدام گزینه است؟

- (۱) $-\frac{a+4}{a}$ (۲) $-\frac{b+4}{a}$ (۳) $\frac{a+4}{b}$ (۴) صفر

۱۷ کدام یک از گزینه های زیر، عددی گویا نمی باشد؟

(۱) $|6-4\sqrt{3}| + |4\sqrt{3}-5|$

(۲) $2/325325\dots$

(۳) $2\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

(۴) $\sqrt{\frac{25}{2}} / \sqrt{0.7}$

۱۸ حاصل عبارت $3\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(3\sqrt{5}-4)^2}$ کدام است؟

(۱) $3\sqrt{5}-2$

(۲) $4\sqrt{5}-3$

(۳) -2

(۴) ۸

۱۹ حاصل عبارت $\sqrt{(7-3\sqrt{6})^2} - \sqrt{(5-2\sqrt{6})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{6})^2}$ کدام است؟

(۱) $6\sqrt{6}$ (۲) $6\sqrt{6}-14$

(۳) $2\sqrt{6}-12$ (۴) صفر

۲۰ اگر $a=2\sqrt{3}$ ، $b=3\sqrt{2}$ و $c=\sqrt{2}-\sqrt{3}$ باشند، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$|a-4| + |b-4| + 2|c|$$

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۸

۲۱ اگر $a < 0 < b$ و $|b| < |a|$ باشد، حاصل عبارت $-|a+b| + |-2b| + |-3a|$ کدام است؟

(۱) $2a+b$ (۲) $-4a-3b$

(۳) $-4a+b$ (۴) $2a-3b$

درس ۱: استدلال

فعالیت ۱

متن‌های زیر را بخوانید و به سؤال‌ها پاسخ دهید:

امیر و محسن برای دیدن مسابقه فوتبال به ورزشگاه رفتند. محسن به امیر گفت: «من مطمئن هستم که تیم مورد علاقه من امروز هم می‌بازد.» امیر پرسید: «چگونه با این اطمینان حرف می‌زنی؟» محسن دلیل آورد که: «چون هر بار که به ورزشگاه رفته‌ام، تیم مورد علاقه ام باخته است.»

آیا دلیلی که محسن آورده است، درست است، چرا؟

فعالیت ۲

عباس یک بیسکویت مستطیل شکل با ابعاد ۴ و ۸ سانتی‌متر دارد. بیسکویت باقر از همان نوع، به همان ضخامت و مربع شکل به ضلع ۶ سانتی‌متر است. با استفاده از دانش ریاضی خود نشان دهید که مقدار بیسکویت کدام یک بیشتر است.

فعالیت ۳

دلیلی را که محسن در فعالیت ۱ برای ادعای خود آورده است، با دلیلی که شما در فعالیت ۲ آوردید، مقایسه کنید به نظر شما کدام قابل اطمینان‌تر است؟

«استدلال» یعنی دلیل آوردن و استفاده از دانش‌های قبلی برای معلوم کردن موضوعی که در ابتدا مجهول بوده است.

به استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نتیجه دهد، (اثبات می‌گوییم).

کاردر کلاس ۱

مواردی را بازگو کنید که مانند فعالیت ۱ فردی با توجه به رویدادهای گذشته، نتیجه‌ای می‌گیرد که درست نیست.

کاردر کلاس ۲

دوارتفاع از هر یک از مثلث‌های زیر را رسم کنید:



آیا با این مثال‌ها می‌توان نتیجه گرفت در هر مثلث، محل برخورد هر دوارتفاع درون مثلث است؟ یک مثال بزنید که نتیجه بالا را نقض کند.

اگر فردی با رسم ارتفاع‌های موردنظر در مثلث‌ها چنین نتیجه‌گیری کند که محل برخورد ارتفاع‌های مثلث، درون آن مثلث است، استدلال او مشابه کدام استدلال دو قسمت فعالیت قبل است؟

فعالیت ۱

کدام یک از دو قرصی که در مرکز قرار گرفته، بزرگ‌تر است؟

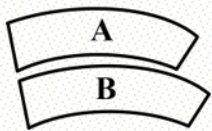


الف) با مشاهده تشخیص دهید.

ب) یک کاغذ روی یکی از آن‌ها قرار دهید. دایره محیط آن قرص را بکشید و با گذاشتن تصویر کشیده شده بر شکل دیگر، اندازه آنها را با هم مقایسه کنید.

فعالیت ۲

اگر قطعه‌های A و B قطعه‌هایی از شیرینی مورد علاقه شما باشد، کدام قطعه را انتخاب می‌کنید؟ (قطعه بزرگ‌تر کدام است؟)



با یک کاغذ شفاف این دو قطعه را مقایسه کنید؟ آیا حدس شما درست بود؟

فعالیت ۳

آیا مشاهده کردن یا به طور کلی استفاده از حس‌های پنج‌گانه برای اطمینان از درستی یک موضوع کافی است؟ چرا؟

به کاپردن شکل‌ها و ترسیم آنها و استفاده از شهود به تشخیص راه حل‌ها و ارائه حدس‌های درست کمک شایانی می‌کند. ولی با اطمینان نمی‌توانیم بگوییم که تشخیص ما حتما درست بوده است.

تمرین ۱

در شکل‌های زیر عمودمنصف‌های سه ضلع مثلث‌ها را رسم کنید:



آیا فقط با توجه به این شکل‌ها، می‌توان نتیجه گرفت که محل برخورد عمود منصف‌های هر مثلث همیشه درون مثلث قرار دارد؟ چگونه می‌توانید درستی ادعای خود را نشان دهید؟

تمرین ۲

نیما و پژمان مشغول دیدن مسابقات وزنه برداری بودند. وزنه برداری می‌خواست وزنه ۱۰۰ کیلوگی را بلند کند. آنها هر دو عقیده داشتند که او نمی‌تواند وزنه را بلند کند؛ برای ادعای خود استدلال‌های متفاوتی می‌کردند.

نیما: زیرا هفته پیش این وزنه‌بردار تمرینات بهتری انجام داده بود، با این حال نتوانست وزنه ۹۰ کیلوگی را بلند کند.

پژمان: امروز دوشنبه است. من بارها مسابقات این وزنه‌بردار را دیده‌ام. او هیچ‌گاه در روزهای زوج موفق نبوده است.

استدلال کدام یک قابل اعتماد تر است؟ درباره استدلال‌ها بحث کنید.

فصل ۳: استدلال و اثبات در هندسه

تمرین ۳

چون من تا به حال هیچ وقت تصادف نکردم، در سفر آینده نیز تصادف نخواهم کرد. این استدلال مشابه کدام یک از استدلال‌های زیر است؟

الف) چون برخی مثلث‌ها قائم‌الزاویه اند؛ پس مثلث‌های متساوی‌الاضلاع هم قائم‌الزاویه اند.

ب) همه فیلم‌های جنگی که تاکنون دیده‌ام، جذاب بوده‌اند. فیلمی که دیروز دیدم جذاب بود، پس فیلم جنگی بوده است.

ج) چون تمام بچه‌های خاله‌های من دختر هستند، پس بچه‌ی خاله‌ی کوچکم هم که به زودی به دنیا می‌آید دختر خواهد بود.

د) چون همه‌ی قرص‌های مسکن خواب‌آور است، پس در این قرص‌ها ماده‌ای هست که باعث خواب‌آلودگی می‌شود.

تمرین ۴

حمید و وحید می‌دانستند که علی، حسن، حسین و باقر برادرند و: علی از حسین بزرگ‌تر و حسن از باقر کوچک‌تر است و باقر از علی کوچک‌تر و حسن نیز از حسین کوچک‌تر است. هر دو نفر اعتقاد داشتند که علی از حسن بزرگ‌تر است؛ به نظر شما استدلال کدام یک درست است؟

حمید: در تمام خانواده‌هایی که دو فرزند به نام‌های علی و حسن داشته‌اند، علی فرزند بزرگ‌تر بوده است.

وحید: چون علی از حسین بزرگ‌تر و حسن از حسین کوچک‌تر است، پس علی از حسن بزرگ‌تر است.

درس ۲: آشنایی با اثبات در هندسه

فرض (داده) و حکم (خواسته)

«در هر مثلث متساوی‌الساقین، زاویه‌های مجاور به قاعده با هم برابرند.»

فرض: اطلاعاتی که مسئله در اختیار ما می‌گذارد.

حکم: خواسته‌ی مسئله است.

فعالیت ۱

به گفت و گوی زیر توجه کنید:

مهرداد: آیا در هر لوزی زاویه‌های روبه‌رو با هم برابر است؟

سعید: بله، من در یک کتاب هندسه دیدم که اثبات کرده بود در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های روبه‌رو، با هم مساوی است و لوزی هم نوعی متوازی‌الاضلاع است.



فرض:

حکم:

مسئله: در هر لوزی زاویه‌های روبه‌رو با هم برابر است.

استدلال:

لوزی نوعی است.

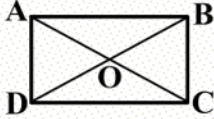
در متوازی‌الاضلاع برابر است.

در لوزی زاویه‌های روبه‌رو است.

فعالیت ۲

عبارات زیر را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید:

اولین اقلیمی که برای اثبات انجام می‌دهیم، تشخیص فرض، حکم و واقعیت‌های مرتبط با آن مسئله است که از قبل آنها را می‌دانستیم. در مسئله زیر فرض، واقعیت‌های از قبل ثابت شده یا دانسته و حکم را به زبان ریاضی بنویسید و عبارت‌ها را کامل کنید:



فرض: ABCD مستطیل است.

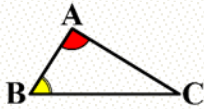
حکم: قطر‌های مستطیل، مساوی است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{A} = \dots = \dots = \dots = 90^\circ \\ AB = \dots, AD = \dots \text{ حکم: } AC = \dots \\ AB \parallel \dots, AD \parallel \dots \end{array} \right.$$

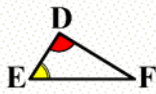
کاردرکلاس ۱

فرض و حکم را برای مسئله‌های زیر مشخص کنید:

دردو مثلث داده شده زوایای برابر در شکل مشخص شده است. ثابت کنید زاویه‌های سوم از دو مثلث نیز با هم برابر است.



فرض:



حکم:

کاردرکلاس ۲

فرض و حکم را برای مسئله‌های زیر مشخص کنید:

اگر در یک مثلث دو زاویه ناهم‌ناب باشد، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر.

کاردرکلاس ۳

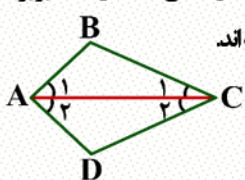
فرض و حکم را برای مسئله‌های زیر مشخص کنید:

«نشان دهید در هر مثلث اندازه هر زاویه خارجی با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور آن برابر است.»

فعالیت ۱

در مسئله زیر، فرض و حکم را بنویسید، و اشکال استدلال داده شده را بیابید، سپس استدلال درستی برای آن بنویسید.

مسئله: در شکل زیر پاره خط AC نیمساز زاویه A است و اضلاع AB و AD برابرند.



ثابت کنید مثلث‌های ABC و ADC هم‌نهشت‌اند.

استدلال:

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{A_1} = \dots \text{ نیمساز زاویه } A \\ \widehat{C_1} = \dots \\ AC = \dots \text{ مشترک} \end{array} \right.$$

فصل ۳: استدلال و اثبات در هندسه

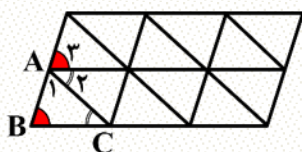
کاردکلاس

به استدلال هایی دقت کنید که چهار دانش آموز برای مسئله زیر آورده اند:
مسئله: مجموع زاویه های داخلی مثلث 180° است.

○ استدلال حامد: حامد گفت یک مثلث متساوی الاضلاع را در نظر می گیریم؛ چون سه زاویه دارد و هر زاویه 60° است، مجموع زاویه های مثلث 180° است.

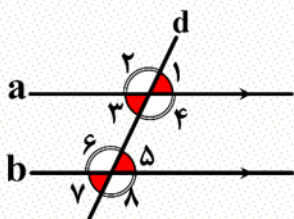
○ استدلال حسین: حسین چند مثلث مختلف با حالت های گوناگون کشید و زوایای آنها را اندازه گرفت و دید که در همه آنها مجموع زوایای داخلی برابر 180° است و نتیجه گرفت که مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است.

○ استدلال مهدی: مهدی شکل زیر را که از مثلث های هم نهشت تشکیل شده است کشید و با مشخص کردن زاویه های مثلث ABC مانند شکل استدلالی با استفاده از شکل به صورت مقابل آورد:



$$\widehat{A_1} + \widehat{B} + \widehat{C} = \widehat{A_1} + \widehat{A_2} + \widehat{A_3} = 180^\circ$$

○ استدلال رضا: رضا گفت می دانیم که «هر خطی که دو خط موازی را قطع کند، با آن ها هشت زاویه می سازد که مانند شکل چهار به چهار با هم مساوی اند».

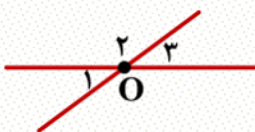


فعالیت

مسئله: حمید، سعید و بهرام هر کدام مقداری پول دارند. مجموع پول های حمید و بهرام برابر 5000 تومان و مجموع پول های سعید و بهرام نیز برابر 5000 تومان است. به نظر شما پول حمید بیشتر است یا پول سعید؟ دلیل خود را توضیح دهید.

مسئله

نشان دهید زاویه های متقابل به رأس با هم برابرند.



فعالیت ۲

مثلث زیر متساوی الساقین و AD نیمساز وارد بر قاعده آن است. نشان دهید که نیمساز وارد بر قاعده، میانه نیز می باشد.

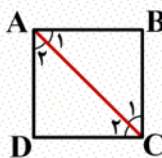


$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ساق های برابر} \\ \text{AD نیمساز} \\ \text{ضلع مشترک} \end{array} \right. \Rightarrow \text{ض زض} \Rightarrow BD = \dots$$

آیا در مثلث ABC می توان نتیجه گرفت که نیمساز زاویه B نیز میانه ضلع مقابل آن است؟ به عبارتی، آیا می توان خاصیت اثبات شده برای نیمساز A را به نیمساز دیگر تعمیم داد؟

فعالیت ۳

نشان دهید قطر AC از مربع $ABCD$ نیمساز زاویه های A و C است.

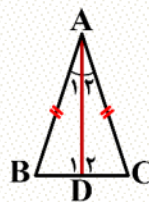
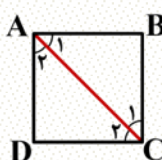


$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ضلع های برابر} \\ \text{ضلع های برابر} \\ \text{ضلع مشترک} \end{array} \right. \Rightarrow \widehat{A_1} = \dots, \widehat{C_1} = \dots$$

آیا می توان با استدلالی مشابه، این خاصیت را به قطر دیگر نیز تعمیم داد و گفت به طور کلی در مربع هر قطر نیمساز زاویه های دو سر آن قطر است؟

فعالیت ۴

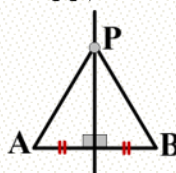
به نظر شما چرا در فعالیت ۲ خاصیت مورد نظر قابل تعمیم به نیمسازهای دیگر نبود؛ اما در فعالیت ۳ خاصیت مورد نظر به قطر دیگر تعمیم داده می شود؟



وقتی خاصیتی را برای یک عضو از یک مجموعه ثابت کردیم، اگر تمام ویژگی هایی که در استدلال خود به کار برده ایم، در سایر عضوهای آن مجموعه نیز باشد، می توان درستی نتیجه را به همه ی عضوهای آن مجموعه تعمیم داد.

فعالیت ۵

نقطه ای مانند P ، روی عمود منصف پاره خط AB در نظر می گیریم و به دو سر پاره خط وصل می کنیم. نشان دهید پاره های PA و PB با هم برابر است.



آیا این اثبات برای این که نتیجه بگیریم نتیجه بالا برای «هر» نقطه روی عمود منصف برقرار است، کافی است؟

خاصیت عمود منصف یک پاره خط؛ هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط، از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است.

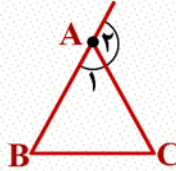
فصل ۳: استدلال و اثبات در هندسه

تمرین ۱

آیا اثبات مسئله زیر معتبر است؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید.

مسئله: در هر مثلث، اندازه زاویه خارجی با مجموع اندازه‌های دو زاویه داخلی غیرمجاور با آن برابر است.

اثبات: مثلث متساوی الاضلاع ABC را در نظر می‌گیریم. می‌دانیم که مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° درجه است و زوایای $\hat{A}$ و $\hat{B}$ و $\hat{C}$ هر کدام 60° است؛ بنابراین:



تمرین ۲

تعریف چند ضلعی محدب:

« یک چند ضلعی محدب است: اگر هر پاره‌خطی که دو نقطه دلخواه درون آن چند ضلعی را به هم وصل می‌کند، به طور کامل درون آن چند ضلعی قرار بگیرد. »
 هر چند ضلعی که محدب نباشد، مقعر است. آیا تشخیص‌های سه دانش‌آموز در مورد محدب و مقعر بودن چند ضلعی‌های زیر و دلایلی که ارائه کرده‌اند، با توجه به تعریف بالا درست است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.



نرگس: چند ضلعی مقابل محدب نیست؛ زیرا نقاط P و Q درون آن قرار دارند اما پاره‌خطی که آنها را به هم وصل می‌کند، به طور کامل در آن قرار نمی‌گیرد.



مهديه: چند ضلعی مقابل محدب است؛ زیرا نقاط S و T درون آن قرار دارند و پاره‌خطی که آنها را به هم وصل می‌کند، نیز به طور کامل در آن قرار دارد.



مریم: چند ضلعی مقابل محدب است؛ زیرا نقاط M و N درون آن قرار دارند و پاره‌خطی که آنها را به هم وصل می‌کند، نیز به طور کامل در آن قرار دارد.

تمرین ۳

آیا استدلال‌های زیر درست است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

(الف) هر مستطیل یک متوازی الاضلاع است. $\left\{ \begin{array}{l} \text{ABCD} \\ \text{مستطیل است} \end{array} \right. \rightarrow \text{چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.}$

(ب) در هر مربع، ضلع‌ها با هم برابرند. $\left\{ \begin{array}{l} \text{ABCD} \\ \text{مربع نیست} \end{array} \right. \rightarrow \text{همه ضلع‌های ABCD با هم برابر نیستند.}$

(ج) در هر مربع، ضلع‌ها با هم برابرند. $\left\{ \begin{array}{l} \text{ABCD} \\ \text{مربع نیست} \end{array} \right. \rightarrow \text{در چهارضلعی ABCD ضلع‌ها برابر نیستند.}$

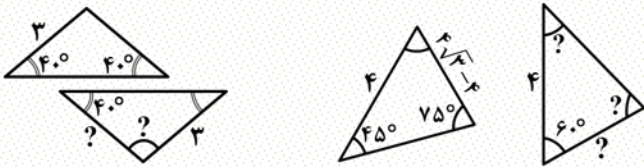
تمرین ۴

ثابت کنید هر نقطه که روی نیمساز زاویه قرار دارد، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

درس ۳: همنهشتی مثلث‌ها

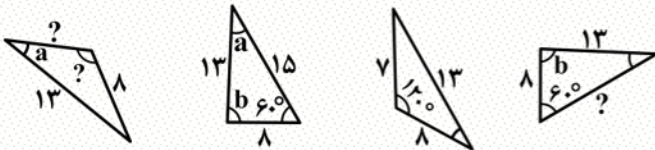
فعالیت ۱

در شکل‌های زیر، دو مثلث داخل هر کادر با یکدیگر هم نهشت‌اند. اندازه پاره‌ها و زاویه‌های مجهول را روی شکل مشخص کنید:



فعالیت ۲

مشخص کردن مثلث‌های هم نهشت؟
 و پیدا کردن اندازه‌های مجهول «؟»



مثال

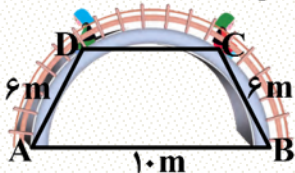
بارحل‌های قرآنی، حتماً آشنایی دارید. در نمونه‌ای از آنها دو لایه چوبی آن از وسط یکدیگر گذشته است. می‌خواهیم نشان دهیم که این تکیه‌گاه در هر وضعیتی که باشد، مطابق شکل، همواره فاصله دلبه کناری آن در دو طرف با هم برابر است.



فعالیت

شکل زیر پلی فلزی به شکل نیم دایره را نشان می‌دهد.

می‌دانیم فاصله ابتدای پل (نقطه A) از انتهای آن (نقطه B) ۱۰ متر است. ترازه روی پله C نشسته است که از انتهای پل ۶ متر فاصله دارد ($BC = 6$) و شهرزاد روی پله D نشسته است که از ابتدای پل همین مقدار فاصله دارد.

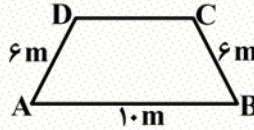


آنها حدس می‌زنند که باید فاصله شان از پایه‌های مقابل برابر باشد؛ یعنی $AC = BD$. درستی حدس آنها را به دوروش ثابت کنید.

فصل ۳: استدلال و اثبات در هندسه

فعالیت ۲

① نشان دهید زاویه های $\widehat{D}$ و $\widehat{C}$ در شکل، قائمه است.



به کمک هم نهشتی مثلث های ACB و ADB ، نشان دهید: $AC = BD$.

فعالیت ۲ و ۱

در شکل مقابل $ABCD$ لوزی است و نقطه های M و N وسط اضلاع CD و CB هستند. می خواهیم نشان دهیم: $\triangle ADM \cong \triangle ABN$



$$\left\{ \begin{array}{l} AD = AB = \dots\dots\dots \\ BN = \dots\dots\dots \\ \widehat{A} = \dots\dots, \widehat{B} = \dots\dots \\ DM = \dots\dots\dots \end{array} \right.$$

فعالیت ۳

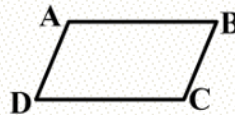
حال با توجه به هم نهشتی دو مثلث ADM و ABN ، اجزای متناظر آنها را بنویسید.



کاردر کلاس

می خواهیم ثابت کنیم که در هر متوازی الاضلاع، مانند شکل زیر، ضلع های مقابل، همواره با هم برابرند.

مفروضات و داده های مسئله چیست؟ تمام آنها را بنویسید؛ حکم مسئله چیست؟ نظر و دانش آموز را درباره این مسئله ببینید و به سؤال های مطرح شده پاسخ دهید.



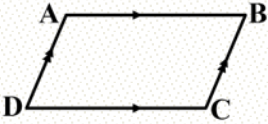
شهرزاد: معلوم است که ضلع های روبه رو با هم مساوی است؛ با چشم هم می توان دید! شبنم: می دانیم که در تعریف متوازی الاضلاع، برابری ضلع های روبه رو آورده شده است. علاوه بر آن با اندازه گیری هم می توانیم این موضوع را نشان دهیم.

○ آیا می توانیم در حل مسائل هندسه فقط به چشم هایمان اعتماد کنیم؟ چرا؟

○ آیا اگر با اندازه گیری اضلاع مقابل، برابری آنها را ببینیم، درستی حکم را ثابت کرده ایم؟ چرا؟

کاردر کلاس

ترانه: به نظر من باید دو مثلث هم نهشت بیابیم و با اثبات هم نهشتی آنها به برابری اضلاع مقابل در متوازی الاضلاع برسیم؛ اما در شکل دو مثلث نداریم، پس با اضافه کردن یک خط، یعنی یکی از قطرها، دو مثلث ایجاد کنیم.



اثبات را به صورت زیر کامل کنید:

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DC, \text{ مورب } \dots\dots\dots \Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{D}_1 \\ \dots\dots\dots, \text{ مورب } BD \Rightarrow \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\ BD = \dots\dots\dots (\text{ضلع مشترک}) \end{array} \right\}$$

با توجه به هم نهشتی دو مثلث ABD و CBD ، تساوی های زیر را کامل کنید.

$AD = \dots\dots\dots$

$AB = \dots\dots\dots$

○ چرا برای اثبات هم نهشتی مثلث های ایجاد شده، نمی توانیم از حالت های (ض ض ض) و (ض ض ض) استفاده کنیم؟

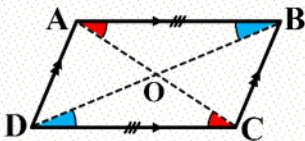
○ آیا می توانستیم همین نتیجه را با رسم قطر AC به دست آوریم؟

از هم نهشتی مثلث های ایجاد شده در متوازی الاضلاع، به جز برابری ضلع های مقابل، نتیجه دیگری هم درباره زاویه های متوازی الاضلاع به دست می آید؛ این نتیجه را بنویسید.

در هر متوازی الاضلاع..... روبه رو، مساوی اند.

تمرین ۱

ثابت کنید قطر های هر متوازی الاضلاع یکدیگر را نصف می کنند. یعنی در شکل زیر نشان دهید: $OB = OD$ و $OA = OC$.

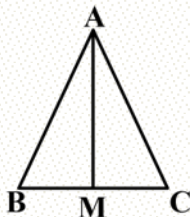


تمرین ۲

ثابت کنید در هر مستطیل، قطرها با یکدیگر برابرند (مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است!)

تمرین ۳

در مثلث متساوی الساقین ABC ، میانه AM را رسم کرده ایم. مثلث های AMB و AMC به چه حالتی هم نهشت اند؟ چرا نیمساز زاویه A است؟ چرا AM بر BC عمود است؟



تمرین ۴

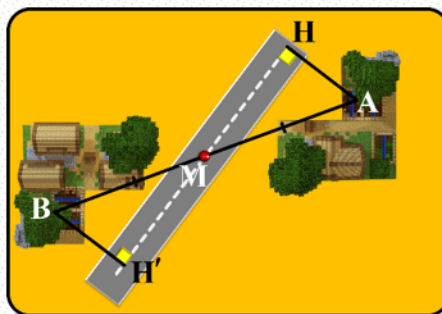
از نقطه M خارج از دایره، دو مماس MA و MB را بر دایره رسم کنید. آیا اندازه این دو مماس با هم برابر است؟ درستی ادعای خود را نشان دهید. (راهنمایی: از مرکز دایره به نقطه های A ، M و B وصل کنید)



درس ۴: حل مسئله در هندسه

مثال

دو روستای A و B با یک جاده خاکی مستقیم به هم وصل هستند. در آن منطقه یک جاده آسفالتی مستقیم ساخته شد که دو روستا در دو طرف آن واقع شد و جاده آسفالتی درست از وسط جاده خاکی عبور می کرد. اداره راه سازی تصمیم گرفته است که از هر روستا، یک جاده آسفالتی با کوتاه ترین فاصله ممکن تا جاده اصلی بسازد. بنابراین از روستای A یک جاده مستقیم، عمود بر این جاده اصلی و به طول چهار کیلومتر ساخته شد. برای بر آورد هزینه های ساخت جاده دیگر از روستای B ، مهندسان پیش بینی کرده اند که فاصله روستای B نیز همین مقدار است؛ یعنی:

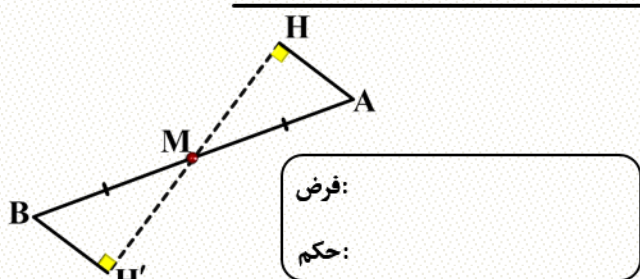


قدم های حل مسئله :

- ۱) صورت مسئله را به دقت بخوانید و مفاهیم تشکیل دهنده آن را بشناسید. آیا با آن ها آشنایی دارید؟
- ۲) اگر مسئله فاقد شکل است، با توجه به صورت مسئله، یک شکل مناسب برای آن رسم کنید. در این جا شکل این مسئله را با توجه به طرح بالا رسم کنید

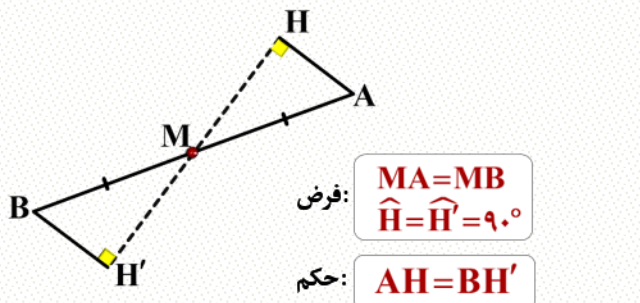
مثال

۳)



فرض:
حکم:

۴)

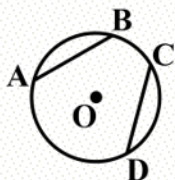


فرض: $MA=MB$
 $\widehat{H}=\widehat{H'}=90^\circ$
حکم: $AH=BH'$

فعالیت ۱

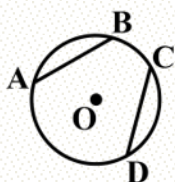
در شکل مقابل وترهای AB و CD با هم مساوی اند.

نشان دهید کمان های $\widehat{AB}$ و $\widehat{CD}$ مساوی اند.



فعالیت ۲

در شکل مقابل کمان های $\widehat{AB}$ و $\widehat{CD}$ مساوی اند. نشان دهید وترهای AB و CD با هم برابرند.

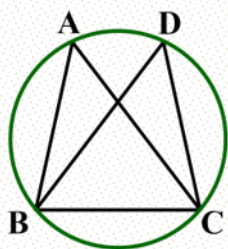


در یک دایره اگر دو کمان برابر باشند، وترهای تقطیر آن ها با هم برابرند و اگر دو وتر برابر باشند، کمان های تقطیر آن ها نیز با هم برابرند.

کاردرکلاس

در شکل مقابل می دانیم: $AB=CD$

چرا؟ $\widehat{AB}=\widehat{CD}$



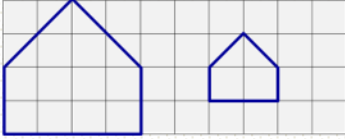
جا های خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید:

$$\begin{cases} \widehat{AB}=\widehat{CD} \\ \widehat{BC}=\widehat{BC} \end{cases} \\ \hline \widehat{AB}+\widehat{BC}=\widehat{CD}+\widehat{BC}$$

درس ۵: شکل های مشابه

فعالیت ۱

مربع های صفحه شطرنجی زیر به ضلع یک سانتی متر است:
اندازه ضلع ها و زاویه های هر دو شکل را بنویسید.

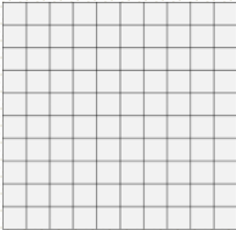


○ چه رابطه ای بین ضلع های متناظر دو شکل وجود دارد؟

○ چه رابطه ای بین زاویه های متناظر دو شکل وجود دارد؟

○ اندازه ضلع های شکل (۱) چند برابر اندازه ضلع های شکل (۲) است؟

در صفحه شطرنجی مقابل یک چند ضلعی رسم کنید و چند ضلعی دیگری مانند آن بکشید: به طوری که اندازه ضلع هایش ۲ برابر شکل اول باشد.



فعالیت ۲

در تصویر زیر، نقشه قسمتی از شهر تهران را می بینید. مقیاس نقشه ۱ به ۱۰۰/۰۰۰ است؛ یعنی هر یک سانتی متر روی نقشه با ۱۰۰/۰۰۰ سانتی متر مقدار واقعی برابر است. فاصله دو میدان انقلاب و آزادی را پیدا کنید.

میدان آزادی

میدان انقلاب

فعالیت ۳

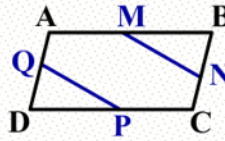
شکل زیر را با دستگاه کپی کوچک کرده ایم. عدد روی دستگاه ۵۰٪ را نشان می داد. تصویر خروجی را شمارش کنید.



هرگاه در دو چند ضلعی همه ی ضلع ها به یک نسبت تغییر کرده باشند، (کوچک یا بزرگ شده، یا بدون تغییر باشند) و اندازه زاویه ها تغییر نکرده باشند، آن دو چند ضلعی با هم متشابه اند.

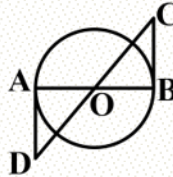
تمرین ۱

در شکل مقابل $ABCD$ متوازی الاضلاع است و M و N و P و Q وسط های اضلاع متوازی الاضلاع اند، ثابت کنید: $MN=PQ$



تمرین ۲

در شکل زیر O مرکز دایره و AD و BC بر دایره مماس اند، نشان دهید که AD و BC برابرند.



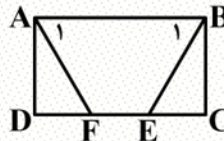
تمرین ۳

در شکل مقابل، مثلث ABC متساوی الساقین است و M و N روی قاعده BC طوری قرار دارند که $BM=NC$. نشان دهید مثلث AMN هم متساوی الساقین است.



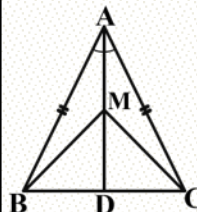
تمرین ۴

در مستطیل $ABCD$ ، پاره خط های BE و AF طوری رسم شده که دو زاویه $\hat{A}_1$ و $\hat{B}_1$ برابرند. ثابت کنید AF و BE مساوی اند.



تمرین ۵

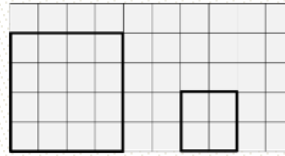
نشان دهید در هر مثلث متساوی الساقین، فاصله هر نقطه دلخواه روی نیمساز زاویه رأس از دو سر قاعده، برابر است: $MB=MC$



فصل ۳: استدلال و اثبات در هندسه

کاردر کلاس ۱

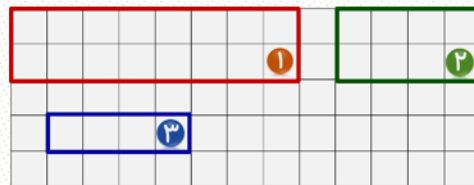
آیا دو مربع زیر متشابه‌اند؟ اندازه ضلع‌ها و زاویه‌های هر کدام را بنویسید. چه ارتباطی بین ضلع‌ها و زاویه‌های دو شکل وجود دارد؟



○ آیا می‌توان گفت هر دو مربع دلخواه با هم متشابه‌اند؟ چرا؟

کاردر کلاس ۲

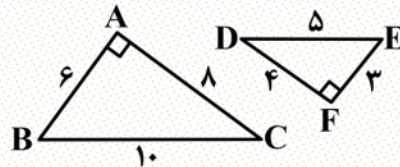
از مستطیل‌های زیر کدام با هم متشابه‌اند؟ چرا؟



○ آیا هر دو مستطیل دلخواه با هم متشابه‌اند؟

فعالیت

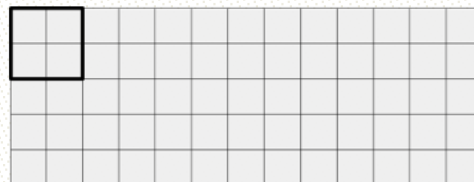
دو مثلث زیر با هم متشابه‌اند. ضلع‌های متناظر و زاویه‌های متناظر را هم‌رنگ کنید. نسبت ضلع‌های متناظر را بنویسید. آیا سه کسر برابر به دست آمد؟



به نسبت دو ضلع متناظر در دو شکل متشابه، نسبت تشابه می‌گویند.

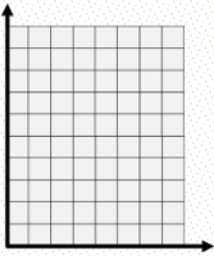
کاردر کلاس ۱

با توجه به مربع زیر، مربع دیگری رسم کنید: به گونه‌ای که نسبت تشابه دو مربع $\frac{1}{4}$ باشد. این سؤال چند پاسخ دارد؟ چرا؟



کاردر کلاس ۲

در صفحه مختصات، نقاط زیر را پیدا کنید:



مثلث ABC

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

مثلث A'B'C'

$$A' = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C' = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

○ طول ضلع‌های دو مثلث را بنویسید و تشابه آنها را بررسی کنید.

○ در صورت تشابه بودن، نسبت تشابه را پیدا کنید.

تمرین ۱

آیا هر دو شکل هم‌نهایت با هم، متشابه نیز هستند؟

در صورت تشابه بودن نسبت تشابه چند است؟

تمرین ۲

آیا هر دو لوزی متشابه‌اند؟ چرا؟

تمرین ۳

در یک نقشه، مقیاس ۱:۲۰۰ است. فاصله دو نقطه روی نقشه $\frac{3}{5}$ سانتی‌متر است.

فاصله این دو نقطه در اندازه واقعی چقدر است؟

تمرین ۴

آیا هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع متشابه‌اند؟ چرا؟

تمرین ۵

آیا هر دو مثلث متساوی‌الساقین متشابه‌اند؟ چرا؟

تمرین ۶

مثلث ABC به ضلع‌های ۴ و ۵ و ۸ با مثلث DEF به ضلع $x-1$ و $x+7$ و ۱۰ با هم متشابه‌اند (اندازه ضلع‌های مثلث‌ها از کوچک به بزرگ نوشته شده است). مقدار x را پیدا کنید.

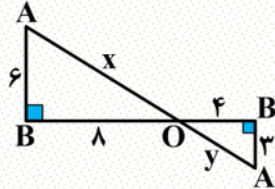
تمرین ۷

کدام مثلث با مثلث ABC متشابه است؟



تمرین ۸

در شکل زیر:



الف) مقادیر x و y را بیابید (به کمک قضیه فیثاغورس)

ب) آیا دو مثلث ABO و $A'B'O$ متشابه اند؟ چرا؟

سوالات تشریحی

استدلال

۱) کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) اثبات یعنی دلیل آوردن و استفاده از دانسته های قبلی، برای معلوم کردن موضوعی که در ابتدا مجهول بود.

ب) در هر مثلث، محل برخورد سه ارتفاع همیشه بیرون مثلث قرار دارد.

پ) در شهود و ترسیم ممکن است خطای دید وجود داشته باشد.

ت) مجذور هر عدد صحیح، عدد طبیعی است.

۲) کدام استدلال درست است؟

الف) چون همه فرزندان عموی من پسر هستند، پس فرزند بعدی آن ها نیز پسر خواهد بود.

ب) چون در همه مثلث ها مجموع زوایای داخلی 180° می باشد، بنابراین در مثلث متساوی الاضلاع نیز مجموع زوایای داخلی 180° می شود.

پ) اگر $A=B$ و $A=C$ ، آن گاه $B=C$

ت) اگر قد A از B بلندتر باشد و قد B از C بلندتر باشد آنگاه قد A از C بلندتر است.

۳) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) دلیل آوردن و استفاده از دانسته های قبلی، برای معلوم کردن موضوعی که در ابتدا مجهول بوده است را گوئیم.

ب) یعنی دلیل آوردن برای موضوعی که برای ما مجهول بوده است.

پ) به استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نتیجه بدهد، می گوئیم.

۳) ت) دلیل آوردن و استفاده از دانسته های قبلی برای معلوم کردن موضوعی که در ابتدا مجهول بوده است را می نامند.

ث) برای رد ادعای یک گزاره از استفاده می شود.

ج) از شکل و شهود نمی توان به طور دقیق در هندسه استفاده کرد چون در شهود ممکن است وجود داشته باشد.

۴) « همه شکل های هندسی دارای حداقل یک زاویه می باشند. »

حکم بالا درست است یا غلط؟ چگونه ادعای خود را ثابت می کنید؟

۵) نادرستی عبارت $|a+b|=a+b$ را با یک مثال نقض نشان دهید.

آشنایی با اثبات در هندسه

۱) کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) به استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نتیجه بدهد فرض مسئله گوئند.

ب) در هر مربع، ضلع ها با هم برابرند
در چهارضلعی $ABCD$ ضلع ها برابر نیستند
چهارضلعی $ABCD$ مربع نیست.

پ) در هر مربع زاویه ها با هم برابرند
چهارضلعی $ABCD$ مربع نیست.
همه زاویه های $ABCD$ ، با هم برابرند.

ت) به اطلاعات داده شده در مسئله حکم می گویند.

ث) اطلاعات داده شده در صورت مسئله یا شکل مسئله که درستی آن ها از قبل معلوم شده است را فرض مسئله می گوئیم.

۲) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) اطلاعات داده شده در یک مسئله را می نامیم.

ب) در مسئله « آیا در هر متوازی الاضلاع زاویه های رو به رو با هم برابرند. » متوازی الاضلاع بودن شکل مسئله است.

پ) در روند استدلال، به خواسته مسئله می گویند.

ت) مجموع زاویه های داخلی هر مثلث درجه است.

۳) فرض مسئله «قطرهای مستطیل همواره برابرند.» کدام گزینه است؟

الف) قطرهای مستطیل ب) برابری قطرهای مستطیل

ج) خواص مستطیل د) برابری اضلاع مستطیل

فصل ۳: استدلال و اثبات در هندسه

سوالات تشریحی

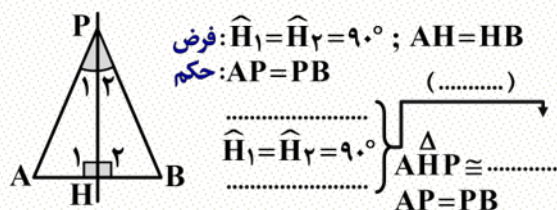
۴ حکم مسئله « اگر در یک چهارضلعی قطر ها عمود منصف یک دیگر باشند . آن چهارضلعی لوزی نام دارد » کدام است ؟

الف) عمود منصف بودن قطرها
ب) برابری چهار ضلع
ج) برابری زاویه ها
د) برابری قطرها

۵ اگر هر باره خطی دو نقطه دلخواه درون چند ضلعی را به هم وصل کند و کامل داخل چند ضلعی قرار گیرد، به آن چند ضلعی گویند.

الف) محدب ب) مقعر ج) منتظم

۶ پاره خط دلخواهی رسم و روی عمود منصف آن، نقطه ای در نظر می گیریم. ثابت می کنیم آن نقطه دارای فاصله برابر از دو سر پاره خط است. اثبات را کامل کنید.



در شکل Ax نیم سازه زاویه tAy است. ثابت کنید فاصله نقطه D از دوضلع زاویه tAy به یک اندازه است.

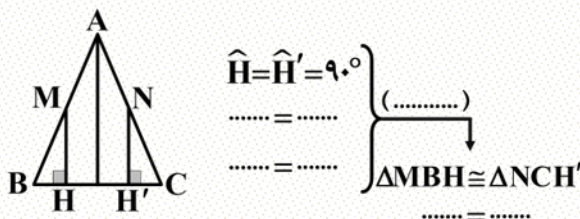
فرض:

حکم:

در مثلث متساوی الساقین ABC ، نیمساز زاویه A را رسم کرده ایم. با کمال کردن
جملهای خالی، ثابت کنید: $BM = MC$



۹ مثلث ABC متساوی الساقین است. نقاط M و N وسط دو ساق هستند. با پر کردن جاهای خالی، ثابت کنید: $BH = CH'$



همنهستی مثلث ها

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟
 الف) یکی از حالت های هم نهشتی دو مثلث برابری سه زاویه (ز ز) است.
 ب) دو حالت هم نهشتی مثلث قائم الزاویه (و ض و) (و ز) است.
 پ) از یک نقطه خارج از دایره فقط دو خط مماس می توان رسم کرد.
 ت) در هر متوازی الاضلاع قطرها برابرند.

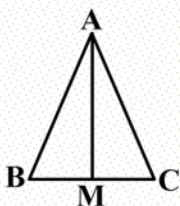
۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) در هر مستطیل قطرها با هم هستند.

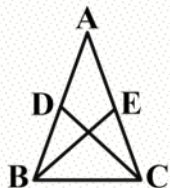
..... (ب) در هر متوازی الاضلاع قطرها

پ) در مثلث متساوی الساقین مبانه وارد بر قاعده و است.

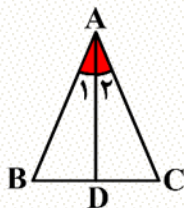
۳ در مثلث متساوی الساقین ABC میانه AM را رسم کرده ایم. مثلث های AMB و AMC به چه حالتی هستند؟ دلیل بیاورید؟



۴ در مثلث متساوی الساقین زیر میانه های CD و BE رسم شده است. ثابت کنید دو مثلث AEB و ADC همنهشت هستند.



مثلاً ABC متساوی الساقین است و AD نیمساز زاویه است. ثابت کنید AD میانه نیز هست.



۶ مثلث ABC متساوی الساقین است و AM نیمساز زاویه A است. دلیل متساوی الساقین بودن مثلث MBC را بنویسید.



نشان دهید در هر متوازی الاضلاع هر دو رأس مقابل، از قطر گذرنده از دو رأس دیگر به یک فاصله هستند.

سؤالات تشریحی

حل مسئله در هندسه

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) در یک دایره، وترهای نظیر دو کمان مساوی با هم مساوی اند.

ب) در یک دایره کمان های نظیر دو وتر با هم مساوی اند.

پ) اندازه زاویه خارجی مثلث برابر است با اختلاف دو زاویه داخلی غیر مجاور آن.

۲ زاویه های یک مثلث با اعداد ۱ و ۲ و ۵ متناسب است. اندازه کوچک ترین زاویه این

مثلث چند درجه است؟

الف) ۲۰ درجه

ب) ۲۲/۵ درجه

ج) ۳۰ درجه

د) ۴۵ درجه

۳ کدام مورد از گام های حل مسئله نیست؟

الف) رسم شکل

ب) خواندن صورت مسئله

ج) انطباق دو شکل

د) نوشتن فرض و حکم

۴ اندازه یکی زاویه های قاعده مثلث متساوی الساقین ۵۰ درجه است. زاویه خارجی

مجاور رأس مثلث چند درجه است؟

الف) ۱۰۰ درجه

ب) ۵۰ درجه

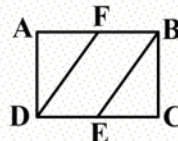
ج) ۶۰ درجه

د) ۴۵ درجه

۵ در شکل زیر اگر F و E وسط های ضلع های AB و DC قرار گرفته باشند، دو

مثلث ADF و BCE به چه حالتی همنهشت هستند؟

(ABCD مستطیل است و ضمناً حکم و فرض را مشخص کنید)



شکل های متشابه

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) دو لوزی دلخواه متشابه اند.

ب) دو مربع دلخواه همواره متشابه اند.

پ) هر دو مستطیل دلخواه همواره متشابه اند.

ت) دو مثلث متساوی الاضلاع دلخواه متشابه اند.

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید

الف) وقتی مقیاس نقشه ۱ به ۱۰۰/۰۰۰ (صد هزار) باشد، هر سانتی متر روی نقشه با

..... سانتی متر واقعی برابر است.

ب) به نسبت دو ضلع متناظر در دو شکل متشابه، نسبت می گوئیم.

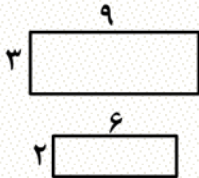
پ) به دو چند ضلعی که اضلاع به یک نسبت تغییر کرده ولی اندازه زاویه ها تغییر نکند،

دو چند ضلعی می گویند.

۲ ت) نسبت تشابه دو شکل هم نهشت برابر است با

ث) اگر یک لوزی دارای زاویه ۵۰ درجه و لوزی دیگری دارای زاویه باشد، دو لوزی متشابه اند.

۳ دو مستطیل زیر متشابه اند، نسبت تشابه آن ها کدام است؟



الف) $\frac{3}{2}$

ب) $\frac{5}{4}$

ج) $\frac{2}{3}$

د) الف و ج

۴ اگر نسبت تشابه دو لوزی $\frac{2}{3}$ باشد، در صورتی که ضلع لوزی بزرگ تر ۱۵ سانتی متر

باشد، اندازه ضلع متناظر در لوزی کوچک تر کدام است؟

الف) ۱۲

ب) ۱۰

ج) ۲۲/۵

د) ۱۳/۵

۵ اگر دو چند ضلعی متشابه باشند، همواره

الف) زاویه ها و ضلع ها به یک نسبت تغییر می کند.

ب) زاویه ها با هم مساوی اند.

ج) ضلع ها متناسب اند.

د) گزینه (ب) و (ج)

۶ در شکل زیر دو مستطیل ADEF و EFBC متشابه اند مقدار X کدام می تواند

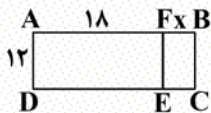
باشد؟

الف) ۶

ب) ۸

ج) ۷

د) ۹



۷ مستطیلی به طول ۱۰ و عرض ۲-X با مستطیل دیگر به طول ۵ و عرض ۳ متشابه

است.

الف) مقدار X را پیدا کنید.

ب) نسبت تشابه دو مستطیل چه عددی است؟

۸ دو مثلث ABC و MNP متشابه اند. اگر اضلاع مثلث ABC به ترتیب ۲، ۵/۲، ۴

باشد و اضلاع مثلث به MNP به ترتیب $x+1$ ، ۵ و $2x+2$ باشد.

الف) نسبت تشابه دو مثلث را پیدا کنید.

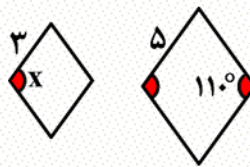
ب) مقدار X را به دست آورید.

سؤالات تشریحی

۹) دولوزی زیر متشابه هستند.

الف) نسبت تشابه آن‌ها را بنویسید.

ب) اندازه زاویه خواسته شده را بنویسید.



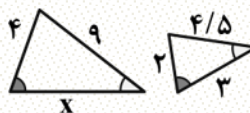
۱۰) شکل زیر را با دستگاه کپی کوچک کرده ایم. عدد روی دستگاه ۵۰٪ را نشان

می دهد. اندازه ضلع و زاویه خواسته شده را بنویسید.



۱۱) در شکل مقابل دو مثلث با هم متشابه اند. نسبت تشابه این دو مثلث چقدر است؟

مقدار x را پیدا کنید.



۱۲) فاطمه می خواهد عکس مستطیل شکلی را که از دوران بچگی اش به یادگار مانده و

دارای طول ۱۸ سانتی متر و عرض ۱۲ سانتی متر است، در اندازه بزرگ تر چاپ کند. اگر

تصویر جدید با تصویر قبلی متشابه باشد و اندازه عرض آن ۳۰ سانتی متر باشد اندازه

طول تصویر جدید چند سانتی متر است؟

سؤالات چهارگزینه ای

۱) استدلال در کدام گزینه با بقیه متفاوت است؟

۱) فرید همه عینک هایی که خریده مشکي بودند. پس عینکی که فردا قرار است بخرد مشکي است.

۲) فرید یک کوهنورد است و می خواهد فردا به کوه برود. او هر بار با پدرش به کوه رفته است. بنابراین فردا هم با پدرش به کوه خواهد رفت.

۳) سارا امروز یک کتاب خوانده است می دانیم او همه کتاب هایی که تا دیروز خوانده را دوست داشته است. پس کتابی که امروز خوانده است را نیز دوست داشته است.

۴) هیچ یک از خلبان ها مشکل قلبی ندارند. فرهاد مشکل قلبی دارد پس فرهاد یک خلبان نیست.

۲) کدام استدلال درست نیست؟

۱) در هر مربع، ضلع ها با هم برابرند و در چهارضلعی ABCD ضلع ها برابر نیستند، بنابراین ABCD مربع نیست.

۲) هر مستطیل یک متوازی الاضلاع است و چهارضلعی ABCD مستطیل است، بنابراین ABCD متوازی الاضلاع نیز می باشد.

۳) در هر مربع، همه زوایا قائمه هستند و چهارضلعی ABCD مربع نیست، بنابراین تمام زوایای ABCD قائمه نیستند.

۴) در هر مربع قطرها بر هم عمودند و قطرهای چهارضلعی ABCD بر هم عمود نیستند، بنابراین ABCD مربع نیست.

۳) برای کدام یک از گزینه های زیر مثال نقض وجود دارد؟

۱) در همه مثلث ها، زاویه داخلی مقابل به ضلع بزرگ تر، بزرگ تر است.

۲) هر پاره خطی که دو نقطه دلخواه درون چند ضلعی محدب را به هم وصل می کند، به طور کامل درون شکل قرار می گیرد.

۳) متوازی الاضلعی که قطرهای برابر دارد، مستطیل است.

۴) محل برخورد عمود منصف ها در تمام مثلث ها، یا درون مثلث است و یا بیرون از آن.

۴) کدام عبارت همواره درست است؟

۱) در هر مثلث، اندازه بزرگ ترین زاویه از شش برابر کوچک ترین زاویه، کوچک تر است.

۲) به ازای هر عدد طبیعی n، عدد $2^n + 3$ عددی اول است.

۳) در هر دو مثلث با مساحت های برابر، ارتفاع ها نیز برابر است.

۴) مثلث قائم الزاویه نمی تواند زاویه باز داشته باشد.

۵) کدام گزینه یک مربع را مشخص می کند؟

۱) متوازی الاضلعی که دو قطرش مساوی باشند.

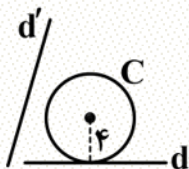
۲) دوزنقه ای که دو زاویه قائمه داشته باشد.

۳) مستطیلی که قطرهایش بر هم عمود باشند.

۴) لوزی که یک قطرش با ضلع آن برابر باشد.

۶) به ترتیب از راست به چپ، چند نقطه روی خط d' و چند نقطه روی دایره C وجود

دارد به طوری که فاصله آن ها از خط d برابر ۷ سانتی متر باشد؟



۱) یک - دو

۲) یک - صفر

۳) صفر - صفر

۴) دو - دو

سؤالات چهارگزینه ای

۷ یکی از ساق های مثلث متساوی الساقین را از طرف رأسی که زاویه متفاوتی دارد، در راستای ساق و به اندازه آن امتداد می دهیم. نقطه حاصل را به رأس مقابل وصل می کنیم. بزرگ ترین مثلث شکل حاصل الزاماً

(۱) قائم الزویه است.

(۲) متساوی الاضلاع است.

(۳) منفرجه الزویه است.

(۴) متساوی الساقین است ولی متساوی الاضلاع نیست.

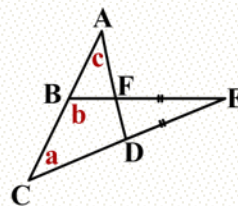
۸ در شکل زیر $EF=ED$ ، چه رابطه ای بین زوایای a ، b و c برقرار است؟

(۱) $a=b+c$

(۲) $b=a+c$

(۳) $a=b+2c$

(۴) $b=a+2c$



۹ در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB=AC$) ساق AB را به اندازه $BD=BC$ امتداد می دهیم. اگر CD برابر AC باشد، زاویه A چند درجه است؟ (س.خ ۹۴)

(۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

۱۰ کدام یک از گزینه های زیر، نادرست است؟

(۱) در مثلث متساوی الساقین، میانه وارد بر قاعده، همان نیم ساز است.

(۲) از نقطه ای خارج دایره، دو مماس بر دایره می توان رسم کرد که با هم برابرند.

(۳) قطرهای هر مستطیل، با هم برابر و یکدیگر را نصف می کنند.

(۴) در هر متوازی الاضلاع ضلع های روبه رو با یکدیگر و قطرهای با هم مساوی اند.

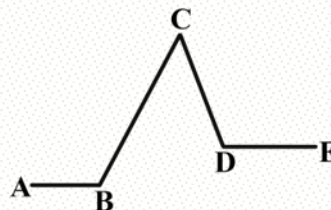
۱۱ در شکل زیر $AB \parallel DE$ ، $\hat{C}=45^\circ$ و $\hat{D}=115^\circ$ است. اندازه زاویه $\widehat{ABC}$ کدام است؟

(۱) 110°

(۲) 120°

(۳) 115°

(۴) 125°



۱۲ در شکل زیر، مقدار x بر حسب درجه کدام است؟

(۱) 30°

(۲) 35°

(۳) 40°

(۴) 45°



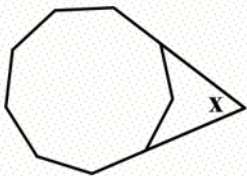
۱۳ در شکل زیر، یک نه ضلعی منتظم نمایش داده شده است. اندازه زاویه x چند درجه است؟

(۱) 35°

(۲) 55°

(۳) 60°

(۴) 50°



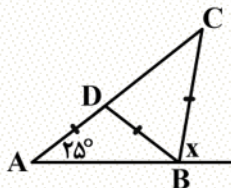
۱۴ در شکل زیر، مقدار x بر حسب درجه کدام است؟

(۱) 65°

(۲) 75°

(۳) 80°

(۴) 90°



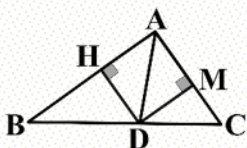
۱۵ در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A و $AC < AB$ است. کدام گزینه درست است؟

(۱) $AM > AH$

(۲) $AM < AH$

(۳) $AM = AH$

(۴) نمی توان اظهار نظر کرد.



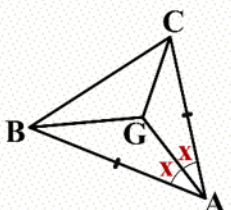
۱۶ در شکل زیر، مثلث GBC الزاماً چه نوع مثلثی است؟

(۱) قائم الزویه

(۲) متساوی الساقین

(۳) متساوی الاضلاع

(۴) قائم الزویه متساوی الساقین



۱۷ در تا از شکل های زیر، قطرهای نیمساز هستند؟
«مستطیل، لوزی، مربع، متوازی الاضلاع، دوزنقه متساوی الساقین»

(۱) دو

(۲) سه

(۳) چهار

(۴) پنج

۱۸ در مربع $ABCD$ روی قطر BD پاره خط BE را مساوی BC جدا کرده ایم، عمود خارج شده از E ، ضلع DC را در F قطع می کند، زاویه ABF کدام است؟

(۱) 60°

(۲) $55/5^\circ$

(۳) 70°

(۴) $67/5^\circ$

سؤالات چهارگزینه ای

۲۵ دو مثلث ABC و DEF متشابهند. اگر طول ضلع های مثلث ABC برابر ۳، ۵، ۷ و طول بزرگ ترین ضلع مثلث DEF ، ۲۸ باشد، محیط مثلث DEF کدام است؟

- (۱) ۱۵
(۲) ۳۰
(۳) ۴۵
(۴) ۶۰

۲۶ دو زاویه مثلثی، ۲۵ و ۸۰ درجه هستند دو زاویه مثلثی دیگر نیز، ۷۵ و ۸۰ درجه اند. کدام گزینه در مورد این دو مثلث، الزاماً درست است؟

- (۱) دو مثلث متشابه هستند.
(۲) دو مثلث متشابه نیستند.
(۳) در صورتی که اضلاع بین آن زاویه ها مساوی باشند، دو مثلث متشابه هستند.
(۴) در صورتی که اضلاع بین آن زاویه ها متناسب باشند، دو مثلث متشابه هستند.

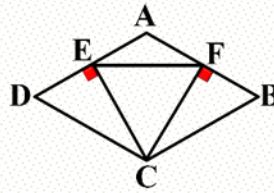
۲۷ در چهار ضلعی های داده شده در گزینه ها با رسم قطر ها، چهار مثلث کوچک ایجاد می شود. در کدام گزینه تنها یک جفت مثلث از این چهار مثلث کوچک هم نهشت اند؟

- (۱) مستطیل
(۲) دوزنقه متساوی الساقین
(۳) دوزنقه
(۴) چهار ضلعی با دو جفت ضلع مساوی

۲۸ مثلثی به طول اضلاع a, b, c با مثلثی به طول اضلاع ۳، ۴، ۵ متشابه است و دو مثلث قابل تطابق نیستند. بیشترین محیط از مثلث اول کدام است؟ (سده ۹)

- (۱) $7/2$
(۲) ۹
(۳) ۱۰
(۴) $13/5$

۱۹ در شکل زیر $ABCD$ یک لوزی است. کدام گزینه همواره درست است؟



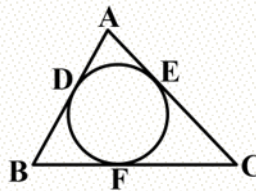
- (۱) $\triangle CEF \triangle GEF$ متساوی الساقین است.
(۲) $CF=EF$
(۳) $\widehat{ECF}=\widehat{A}$
(۴) $\triangle CEF \triangle GEF$ متساوی الاضلاع است.

۲۰ در شکل زیر، چهار ضلعی $ABCD$ مربع و ADE مثلث متساوی الاضلاع است. اندازه زاویه x کدام است؟



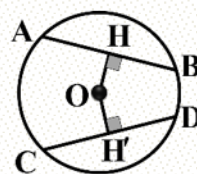
- (۱) 15°
(۲) 25°
(۳) 30°
(۴) 45°

۲۱ در شکل زیر، ضلع های مثلث ABC بر دایره مماس اند. اگر $AB+AC=46$ و $BC=10$ ، اندازه AD کدام است؟



- (۱) ۱۴
(۲) ۱۵
(۳) ۱۶
(۴) ۱۸

۲۲ در شکل زیر $AH=CH'$ ، چه تعداد از تساوی های زیر قطعاً درست است؟



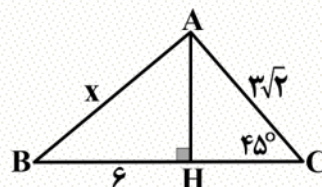
- (O) مرکز دایره
(الف) $\widehat{AB}=\widehat{CD}$
(ب) $AH=DH'$
(پ) $OH=OH'$
(ت) $HB=\frac{1}{4}CD$

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۲۳ نیمساز زاویه های داخلی یک مستطیل، مربعی می سازند که دو رأس آن روی محیط مستطیل است. نسبت اضلاع این مستطیل کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$
(۲) $\sqrt{2}$
(۳) $2\sqrt{2}$
(۴) ۲

۲۴ در شکل زیر، مقدار x کدام است؟



- (۱) $3\sqrt{3}$
(۲) $3\sqrt{5}$
(۳) $3\sqrt{7}$
(۴) ۹

فصل ۴: توان و ریشه

کاردرکلاس ۳

حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید:

$\bigcirc (-\frac{1}{3})^{-4} =$	$\bigcirc \frac{(-3)^0}{3} =$
$\bigcirc -(-5)^2 =$	$\bigcirc 2^{-1} + 3^{-1} + 4^{-1} =$
$\bigcirc -(-5)^{-2} =$	$\bigcirc -\frac{1}{3-2} =$
$\bigcirc -5^{-2} =$	$\bigcirc (\frac{2}{5})^{-2} + (\frac{5}{4})^2 =$
$\bigcirc 1^{-2} =$	$\bigcirc \frac{2-6 \times 3-5}{2-5 \times 3-6} =$
$\bigcirc 2^0 - 2^{-1} =$	

فعالیت

به حاصل ضرب زیر توجه کنید. چه نتیجه ای می گیرید؟

$$3^{-4} \times 3^6 = \frac{1}{3^4} \times 3^6 = \frac{3^6}{3^4} = 3^{6-4} = 3^2$$

$\bigcirc 2^{-5} \times 2^{-2} =$

$\bigcirc 5^3 \times 5^{-7} =$

$\bigcirc (-\frac{1}{2})^{-3} \times (-\frac{1}{2})^{-5} =$

مثال

$\bigcirc 2^3 \times 2^{-5} \times 2^{-4} =$

$\bigcirc (2x^{-1}) \times (3x^4) \times (4x^3) =$

$x \neq 0$

کاردرکلاس

حاصل هر یک از عبارات را به صورت یک عبارت توان دار بنویسید: $(x, y, b \neq 0)$

$\bigcirc 5^{-7} \times 5^{10} =$

$\bigcirc (-\frac{3}{8})^4 \times (-\frac{3}{8})^{-9} =$

$\bigcirc b^{-2} \times b^{-3} =$

$\bigcirc (-4)^{-9} \times (-4)^{-1} =$

$\bigcirc (\sqrt{2})^4 \times (\sqrt{2})^{-2} =$

$\bigcirc (\frac{x}{y})^{-7} \times (\frac{x}{y})^{11} =$

درس ۱: توان صحیح

توان های طبیعی و صفر

$\bigcirc 2^3 =$	$\bigcirc (\frac{3}{4})^4 =$
$\bigcirc -2^3 =$	$\bigcirc (-\frac{1}{2})^5 =$
$\bigcirc (-5)^3 =$	$\bigcirc (-2)^0 =$
$\bigcirc (-5)^2 =$	$\bigcirc [-2^2 + (-2)^2]^0 =$
$\bigcirc -5^2 =$	

توان منفی عدد غیر صفر

$\bigcirc 2^2 = 4$	$\bigcirc 2^{-2} =$
$\bigcirc 2^1 = 2$	$\bigcirc 2^{-3} =$
$\bigcirc 2^0 = 1$	$\bigcirc 2^{-4} =$
$\bigcirc 2^{-1} =$	$\bigcirc 2^{-5} =$

مثال

$\bigcirc (7)^{-2} =$	$\bigcirc (3)^{-2} =$
$\bigcirc (-2)^{-3} =$	$\bigcirc (\frac{2}{3})^{-4} =$
$\bigcirc (-2)^{-4} =$	$\bigcirc (\frac{1}{5})^{-2} =$

کاردرکلاس ۱

پاسخ موارد زیر را به صورت یک عدد توان دار، با توان طبیعی بنویسید.

$\bigcirc (5)^{-2} =$	$\bigcirc (\frac{2}{3})^{-3} =$
$\bigcirc (-6)^{-3} =$	$\bigcirc (-\frac{2}{7})^{-4} =$

کاردرکلاس ۲

عبارت های برابر را به هم وصل کنید: $(x \neq 0, y \neq 0)$

$(\frac{x}{y})^{-1}$	xy^{-1}	$(\frac{1}{5})^{-3}$	$(\frac{2}{5})^{-1}$
5^3	$\frac{y}{x}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{x}{y}$
2^{-1}	x^{-1}	$(xy)^{-1}$	$(-2)^2$
$\frac{1}{xy}$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{4}$	4

فصل ۴: توان و ریشه

یادآوری برخی از دستوره‌های توان

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^m = a^m \times b^m$$

$$a^{-m} = \left(\frac{1}{a}\right)^m$$

$$a^0 = 1 : a \neq 0$$

کاردر کلاس

حاصل عبارات را به صورت توان دار بنویسید:

$$\frac{7^3}{7^5} =$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} \times (12)^{-3} =$$

$$2^{-2} \times 5^{-2} =$$

$$\left[\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^{-1} =$$

$$\frac{2^8 \times 5^{10}}{2^4 \times 5^6} =$$

$$\frac{x^5 \times y^2 \times z}{x^{-2} \times y^7 \times z^3} =$$

تمرین ۱

پاسخ درست را انتخاب کنید؟

$$3^{-1} \times 4^{-1} = \begin{cases} 7^{-1} \\ 12^{-1} \end{cases}$$

$$3^{-2} = \begin{cases} -6 \\ \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$(-2)^3 = \begin{cases} -8 \\ 3^{-2} \end{cases}$$

تمرین ۲

جرم یک اتم هیدروژن حدود 10^{-24} گرم است. جرم یک وزنه ۱۰۰ کیلوگرمی چند برابر جرم یک اتم هیدروژن است؟

تمرین ۳

عددهای 16^2 و 8^4 و 2^{11} را با یکدیگر مقایسه کنید.

تمرین ۴

در جاهای خالی علامت مناسب قرار دهید.

$$3^{-2} \bigcirc 3^{-1}$$

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{-2} \bigcirc \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$$

$$\left(\frac{1}{15}\right)^0 \bigcirc 1$$

$$0 \bigcirc 5^{-1}$$

$$3^0 \bigcirc 2^{-5}$$

$$(-5)^{-2} \bigcirc -5^{-2}$$

تمرین ۵

در هر یک از تساوی های زیر x چه عددی است؟

$$\bigcirc 5^x \times 5^{-3} = 5^4$$

$$\bigcirc 5^x \div 5^{-3} = 5^4$$

تمرین ۶

کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

$$\bigcirc a^f \times a^5 = a^{20}$$

$$\bigcirc a^f \times a^5 = a^9$$

$$\bigcirc (a^m)^n = (a^n)^m$$

$$\bigcirc 3^{-2} = -9$$

$$\bigcirc (-3)^0 + (-3^{-1})^{-1} = 4$$

$$\bigcirc 3^{-1} \times 4^{-1} = 12^{-2}$$

$$\bigcirc 6^{-2} = -\frac{2}{6}$$

$$\bigcirc 3^{-10} < 3^{-1}$$

تمرین ۷

حاصل هر عبارت را بیابید.

$$\bigcirc \left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \times 27^{-3} =$$

$$\bigcirc \left(\frac{15}{14}\right)^{-4} \times \left(\frac{45}{28}\right)^4 =$$

$$\bigcirc (0/2)^{-4} \times 25^{-2} =$$

$$\bigcirc (-5^{-2})^{-1} =$$

تمرین ۸

عددهای داده شده را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\boxed{2^{-3}} \quad \boxed{5^{-3}} \quad \boxed{2^3} \quad \boxed{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}} \quad \boxed{(-7)^2} \quad \boxed{(-1)^{21}} \quad \boxed{10^{-90}} \\ \boxed{-2^{-4}}$$

تمرین ۹

عبارت نادرست را مشخص کنید.

$$\bigcirc (0/987)^{10} < 10^0$$

$$\bigcirc \left(\frac{5}{7}\right)^2 < (0/7)^2$$

$$\bigcirc (1/2)^7 < (1/0.2)^7$$

$$\bigcirc \left(\frac{3}{4}\right)^2 > (0/75)^2$$

فصل ۴: توان و ریشه

تمرین ۱۰

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\bigcirc \frac{(\frac{2}{3})^3 \times (\frac{1}{3})^{-3}}{-2 \times 5 \times 2 - 8} =$$

$$\bigcirc -(\frac{2}{3})^{-2} =$$

درس ۲: نماد علمی

فعالیت ۱

در جدول زیر جاهای خالی را پر کنید. هنگام ضرب مکان ممیز چگونه تغییر می کند؟

ضرب در ۱.۵	ضرب در ۱.۴	ضرب در ۱.۳	ضرب در ۱.۲	ضرب در ۱.۱	عدد
					۱۵
					۰/۰۲
					۹/۳

هنگام تقسیم مکان ممیز چگونه تغییر می کند؟

تقسیم بر ۱.۵	تقسیم بر ۱.۴	تقسیم بر ۱.۳	تقسیم بر ۱.۲	تقسیم بر ۱.۱	عدد
					۱۵
					۰/۰۲
					۹/۳

نماد علمی اعداد

$$a / \dots \times 10^n$$

$$\bigcirc 1/353 \times 10^5$$

$$\bigcirc 4/00059 \times 10^6$$

$$\bigcirc 8 \times 10^{14} \cdot 7$$

$$\bigcirc 9/0987604 \times 10^{-11}$$

$$\bigcirc 5/987001 \times 10^{-35}$$

$$\bigcirc 2 \times 10^{-56}$$

فعالیت ۲

سرعت نور ۳۰۰۰۰۰۰۰ متر بر ثانیه است. فاصله ای که نور در ۱۰۰ ساعت می پیماید چند متر است؟

مثال

حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید:

- $123 =$
- $1394 =$
- $124000 =$
- $29000 =$
- $9204000 =$
- $170000000 =$
- $0/0137 =$
- $0/000007 =$
- $0/00001275 =$
- $125/39 =$

کارد کلاس ۱

هر یک از عددهای داده شده را با نماد علمی نمایش دهید:

- $245000 =$
- $0/005 =$
- $1404 =$
- $150000000 =$
- $0/000061 =$
- $0/1275 =$

کارد کلاس ۲

نمایش اعدادی زیر را بنویسید:

- $5/2 \times 10^{-3} =$
- $2/28 \times 10^8 =$
- $6/02 \times 10^{-2} =$
- $7/304 \times 10^{-5} =$
- $9/4612 \times 10^9 =$
- $1/1 \times 10^4 =$

تمرین ۱

حاصل ضرب عبارت های زیر را به دست آورید:

$$\bigcirc \frac{3-5 \times 10-5 \times 25}{4-5 \times 15-5}$$

$$\bigcirc \frac{8-1 \times 4^2}{2-4 \times \frac{1}{8}}$$

فصل ۴: توان و ریشه

تمرین ۲

کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

- $1/0.2 \times 10^{-5} = 0.0000102$
- $4/3 \times 10^3 = 4300$
- $6/18 \times 10^7 = 6180000$
- $5/9 \times 10^{-1} = 0.59$
- $7/0.4 \times 10^{-2} = 0.7004$
- $8/2570 \times 10^4 = 82570$

تمرین ۳

شعاع خورشید تقریباً 695000 کیلومتر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.

تمرین ۴

اندازه یک باکتری 0.0000005 متر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.

تمرین ۵

قطر خورشید حدود $1/4 \times 10^9$ متر و قطر زمین حدود $1/3 \times 10^7$ متر است. قطر خورشید تقریباً چند برابر قطر زمین است؟

تمرین ۶

حاصل عبارت های زیر را به صورت نماد علمی نمایش دهید.

$$\begin{aligned} & 0.2 \times 10^{-7} \times 4 \times 10^9 = \\ & \frac{12/5 \times 10^{-4}}{25 \times 10^{-19}} = \end{aligned}$$

تمرین ۷

فاصله مریخ از زمین $9/17 \times 10^7$ کیلومتر و فاصله کیوان از زمین $6/287 \times 10^8$ کیلومتر است. با مقایسه این دو عدد مشخص کنید کدام سیاره به زمین نزدیک تر است؟

تمرین ۸

در جاهای خالی حداقل ۳ عدد صحیح مختلف قرار دهید تا نامساوی درست باشد.

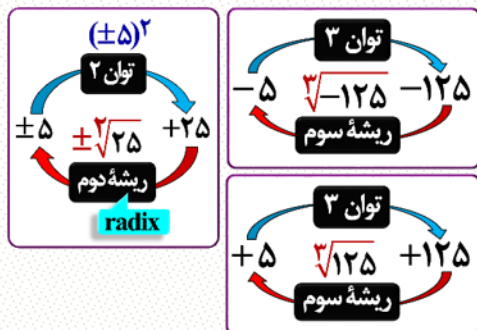
- $2/7 \times 10 \bigcirc > 0.2$
- $0.03 > 0.03 \times 10 \bigcirc$

تمرین ۹

عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید:

$$1/5 \times 10^{-2} \quad 1/2 \times 10^6 \quad 5/35 \times 10^{-3} \quad 3/7 \times 10^{-2}$$

درس ۳: ریشه گیری



تکمیلی

$\sqrt{1}$ $-\sqrt{4}$ $\sqrt{36}$ $-\sqrt{49}$ $\sqrt{144}$	$\sqrt{-64}$ $\sqrt[3]{-8}$ $\sqrt[3]{27}$ $-\sqrt[5]{243}$ $\sqrt[5]{-32}$	$\sqrt{5}$ $\sqrt{0/81}$ $\sqrt{0/01}$ $\sqrt[3]{1}$ $\sqrt[3]{9}$
--	---	--

فعالیت ۱

حاصل هر یک از عبارت های زیر را مانند نمونه ها به دست آورید.

$$(-3)^2 = 9, (\sqrt{5})^2 = 5$$

$(\frac{1}{\sqrt{v}})^2 =$	$(-\frac{2}{3})^2 =$
$(-\sqrt{5})^2 =$	$4^2 =$
$(-\frac{1}{\sqrt{v}})^2 =$	$(-4)^2 =$

فصل ۴: توان و ریشه

فعالیت ۲

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

عدد	۳	-۳			$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$
توان دوم			۱۶			
عدد	$-\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$				
توان دوم			$\frac{1}{49}$		۶	

فعالیت ۳

عدد	۲	-۲	۳	-۳		$\frac{1}{5}$
توان سوم					۶۴	
عدد	$-\frac{1}{4}$	۵	$-\frac{2}{3}$	۰		
توان سوم						

فعالیت ۴

طرف دوم تساوی های زیر را بنویسید:

$$\begin{aligned} \circ (\sqrt[3]{8})^3 &= \\ \circ \sqrt[3]{-\frac{1}{8}} &= \\ \circ \sqrt[3]{125} &= \\ \circ \sqrt[3]{-27} &= \end{aligned}$$

کاردر کلاس ۱

حاصل هر عبارت را به دست آورید:

$$\begin{aligned} \circ \sqrt{81} &= \\ \circ \sqrt[3]{\frac{27}{125}} &= \\ \circ \sqrt{42} &= \\ \circ \sqrt[3]{63} &= \\ \circ \sqrt{-1} &= \\ \circ \sqrt[3]{(-7)^3} &= \\ \circ \sqrt[3]{-\frac{8}{1000}} &= \\ \circ \sqrt{(-4)^2} &= \end{aligned}$$

کاردر کلاس ۲

$$\begin{aligned} \circ \sqrt{(-6)^2} &= \\ \circ \sqrt{8^2} &= \\ \circ \sqrt{(-\frac{3}{5})^2} &= \\ \circ \sqrt{(2-9)^2} &= \\ \circ \sqrt{(1-\frac{1}{3})^2} &= \\ \circ \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} &= \end{aligned}$$

کاردر کلاس ۳

حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید:

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = \begin{cases} x > 0, y > 0 \\ x > 0, y < 0 \\ x < 0, y > 0 \\ x < 0, y < 0 \end{cases}$$

یادآوری ریاضی هشتم

ضرب و تقسیم رادیکال ها

$$a > 0, b > 0$$

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

فعالیت

a	$\sqrt{a}$	b	$\sqrt{b}$	ab	$\sqrt{ab}$	$\sqrt{a} \times \sqrt{b}$
۸	۲	۱۲۵	۵	۱۰۰۰	۱۰	۱۰
۲۷		$\frac{1}{8}$				
-۸		۲۷				

$$\sqrt[3]{a \times b} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$$

$$\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} : b \neq 0$$

کاردر کلاس ۱

آیا تساوی زیر برقرار است؟ توضیح دهید.

$$\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{8+27}$$

$$\sqrt[3]{a+b} \neq \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$$

$$\sqrt[3]{a-b} \neq \sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}$$

کاردر کلاس ۲

در تساوی های زیر جاهای خالی را کامل کنید:

$$\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{\quad} = \quad$$

$$\sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{\quad} = 4\sqrt[3]{\quad}$$

$$\sqrt[3]{\frac{125}{64}} = \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{\quad}{\quad}$$

فصل ۴: توان و ریشه

کاردرکلاس ۲

در تساوی‌های زیر جاهای خالی را کامل کنید:

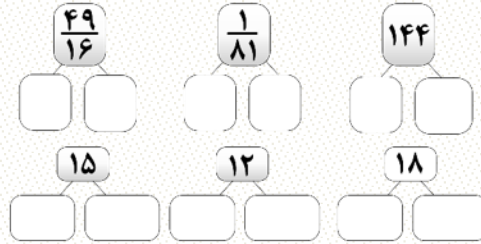
$$\bullet \sqrt[3]{-2} \times 5\sqrt[3]{4} = 15\sqrt[3]{-8} = \square$$

$$\bullet \sqrt[3]{30} = \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{\square}$$

$$\bullet \frac{\sqrt[3]{-54}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{-54}{2}} = \sqrt[3]{-27} = \square$$

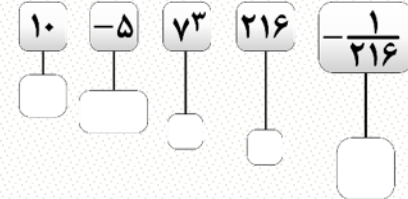
تمرین ۱

ریشه‌های دوم عددهای زیر را بیابید:



تمرین ۲

ریشه سوم عددهای زیر را بیابید:



تمرین ۳

کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

$$\bullet \sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$$

$$\bullet \sqrt[3]{(-1)^3} = -1$$

$$\bullet \sqrt{(-1)^2} = -1$$

$$\bullet \sqrt[3]{(-5)^3} = -5$$

$$\bullet \sqrt{(-1)^2} = 1$$

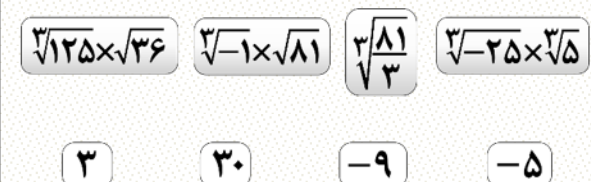
$$\bullet \sqrt[3]{-64} = -4$$

$$\bullet \sqrt{1/44} = 1/2$$

$$\bullet -\sqrt{\frac{49}{256}} = -\frac{7}{16}$$

تمرین ۴

حاصل هر عبارت را به عدد مساوی آن در سطر دوم، وصل کنید:



تمرین ۵

حداقل سه عدد صحیح مختلف مثال بزنید که اگر به جای a قرار دهیم نامساوی زیر درست باشد:

$$\sqrt[3]{a} < \sqrt{4}$$

تمرین ۶

رابطه $\sqrt{(-x)^2} = x$ به چه شرطی درست است؟ مثال بزنید.

تمرین ۷

اگر مساحت کل یک مکعب $a^2 96$ باشد، حجم آن را بر حسب a به دست آورید.

تمرین ۸

اگر $x > 0$ و $y < 0$ ، حاصل $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2}$ را ساده کنید و بدون قدر مطلق بنویسید.

تمرین ۹

عبارت‌های زیر را مانند نمونه ساده کنید:

$$\sqrt{90} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 5} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{10} = 3\sqrt{10}$$

$$\bullet \sqrt{150}$$

$$\bullet \sqrt{80}$$

$$\bullet \sqrt{24}$$

$$\bullet \sqrt[3]{125^2}$$

تمرین ۱۰

آیا تساوی‌های زیر درست است؟

$$\bullet (\sqrt[3]{-2})^3 = -2$$

$$\bullet \sqrt[3]{-4} = -\sqrt[3]{4}$$

تمرین ۱۱

حاصل را به دست آورید:

$$\bullet 2\sqrt[3]{16} \times 3\sqrt[3]{4} =$$

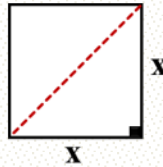
$$\bullet \frac{\sqrt{8} \times \sqrt{5}}{\sqrt{10}} =$$

$$\bullet \frac{\sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{60}}{\sqrt[3]{5}} =$$

فصل ۴: توان و ریشه

درس ۴: جمع و تفریق رادیکال ها

رابطه ی بین قطر و ضلع در مربع



فعالیت

زمینی به شکل مربع داریم که طول قطر آن $2\sqrt{6}$ متر است. مساحت و محیط این زمین را به دست آورید:

کاردر کلاس

حاصل هر عبارت را به دست آورید:

$$\bullet 3\sqrt{7} - 4\sqrt{5} + 8\sqrt{7} + 2\sqrt{5} =$$

$$\bullet \frac{3}{4}\sqrt{2} + \sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 5\sqrt{2} =$$

$$\bullet \frac{\sqrt{5}}{2} + 2\sqrt{5} - \frac{2}{3}\sqrt{10} - 2\sqrt{10} =$$

$$\bullet \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} + 6\sqrt{2} =$$

$$\bullet 3\sqrt{a} + 2\sqrt{b} - \frac{1}{5}\sqrt{a} - 7\sqrt{b} =$$

$$\bullet \sqrt{xy} + 2\sqrt{x} - 7\sqrt{x} + 4\sqrt{xy} =$$

فعالیت

حاصل عبارت های زیر را ساده کنید.

الف) $\sqrt{72} - \sqrt{32} + \sqrt{18} =$

ب) $\sqrt{50} - \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{81} =$

مثال

حاصل عبارت های زیر را ساده کنید.

$$\bullet \sqrt{48} (\sqrt{3} + \sqrt{2}) =$$

$$\bullet (\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}) \div \sqrt{3} =$$

کاردر کلاس

حاصل عبارت های زیر را ساده کنید.

$$\bullet \sqrt{98} - \sqrt{50} + \sqrt{128} =$$

$$\bullet \sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{48} =$$

$$\bullet 5\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{128} =$$

$$\bullet \sqrt{4 + \frac{1}{81} + \frac{4}{9}} =$$

$$\bullet (\sqrt{2} + \sqrt{3})(3\sqrt{2} - \sqrt{3}) =$$

گویا کردن مخرج کسرها

$$\bullet \sqrt{2} \times \sqrt{2} =$$

$$\bullet 2\sqrt{x} \times \sqrt{x} =$$

$$\bullet \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5} =$$

$$\bullet \sqrt[3]{72} \times \sqrt[3]{71} =$$

$$\frac{20}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{10}{3\sqrt{5}}$$

فعالیت

گویا کنید

الف) $\frac{5}{2\sqrt{3}}$

ب) $\frac{4}{\sqrt{\frac{2}{3}}}$

ج) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}}$

د) $\frac{2}{\sqrt[3]{5}}$

هـ) $\frac{2\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{22}}$

و) $\frac{5}{\sqrt[3]{z^2}}$

$(x > 0)$

$(z \neq 0)$

کاردر کلاس

مخرج کسره های زیر را گویا کنید

الف) $\frac{12}{\sqrt{6}}$

ج) $\frac{6}{\sqrt[3]{2}}$

ب) $\frac{2}{\sqrt{32}}$

د) $\frac{5}{\sqrt[3]{3x}}$

فصل ۴: توان و ریشه

تمرین ۱

عبارت‌های زیر را ساده کنید.

الف) $2\sqrt{50} + \sqrt{32} + 2\sqrt{72}$

ب) $\sqrt{8} + \sqrt{128} - \sqrt{50}$

ج) $\sqrt[3]{272}$

د) $\sqrt[3]{\frac{-27}{64}}$

هـ) $2\sqrt{48} - 3\sqrt{27}$

و) $(\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{10} + \sqrt{2})$

تمرین ۲

اگر $x < 0$ ، حاصل عبارت $2\sqrt{x^2} - x$ را بیابید.

تمرین ۳

محیط و مساحت مربعی به ضلع $3\sqrt{5}$ سانتی‌متر را به دست آورید.

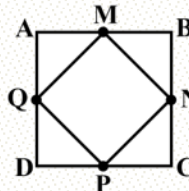
تمرین ۴

شکل یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a را نشان می‌دهد. اندازه ارتفاع h را بر حسب a به دست آورید؛ سپس مساحت آن را بر حسب a بنویسید.



تمرین ۵

نقاط P, N, M, Q وسط‌های اضلاع مربع $ABCD$ هستند. اگر مساحت مربع $ABCD$ ۱۰۰ متر مربع باشد، محیط مربع $MNPQ$ چقدر است؟



تمرین ۶

در جاهای خالی علامت $<$ یا $=$ یا $>$ قرار دهید.

$\sqrt{5} + \sqrt{4} \bigcirc \sqrt{5+4}$

$4 \bigcirc \sqrt{32+22}$

$\sqrt{32+42} \bigcirc 5$

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}} \bigcirc \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$

تمرین ۷

در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید:

$\sqrt{\bigcirc} = 10$

$2\sqrt{\bigcirc} = 6$

$\frac{2-5}{2\bigcirc} = \sqrt{64}$

$\sqrt{\bigcirc} = 2$

$\frac{m^6 \times m^{-2}}{m\bigcirc} = m$

$\frac{(\sqrt{12})^2}{4 \times 3^2} = 3\bigcirc$

$\sqrt{\bigcirc} = \frac{1}{3}$

$9\sqrt[3]{-27} = \frac{\bigcirc^2}{(-4)^3}$

تمرین ۸

گویا کنید

$\frac{2}{\sqrt{7}}$

$\frac{5}{2\sqrt{3}}$

$\frac{2}{\sqrt[3]{a^2}}$

تمرین ۹

آیا تساوی $\sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2$ همیشه درست است؟ توضیح دهید.

الف) تساوی همیشه درست است.

ب) تساوی همیشه نادرست است.

ج) اگر $x \geq 0$ ، تساوی درست است.

سوالات تشریحی

توان صحیح

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) عدد $A = [(-7)^{-3}]^{-4}$ دارای توان مثبت است.

ب) حاصل دو عدد 2^3 و $(2^3)^2$ با هم برابر است.

پ) حاصل $4^2 -$ برابر با ۱۶ می‌باشد.

ت) برای هر عدد صحیح غیر از صفر مانند a داریم: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

ث) حاصل $3^{-1} + 2^{-1}$ برابر $\frac{1}{5}$ است.

فصل ۴: توان و ریشه

سوالات تشریحی

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

- الف) در تساوی $5^7 = 5^2 \times 5^x$ مقدار x برابر است با: _____
 ب) عدد منفی به توان طبیعی زوج برسد حاصل می شود.
 پ) عدد 3^{-1} به صورت توان طبیعی برابر است با: _____
 ت) علامت عدد $2^{-3} - (-3)$ است.

۳ حاصل عبارت $3^2 \div (-2^3 + 3 - 2)$ کدام گزینه است؟

الف) $-\frac{80}{81}$ ب) $\frac{81}{80}$

ج) $\frac{27}{80}$ د) $\frac{80}{27}$

۴ اگر $0 < a < 1$ باشد کدام گزینه صحیح است؟

الف) $a^{-3} < a^{-2}$ ب) $a^2 < a^3$

ج) $a^3 = a^2$ د) $a^4 < a^0$

۵ حاصل عبارت $\frac{15^{-4} \div 5^{-4}}{3^5}$ به صورت عددی توان دار برابر است با:

الف) 3^1 ب) 1^{-9}

ج) 3^{-1} د) 3^{-9}

۶ حاصل عبارت زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

• $\frac{25 \times 65 \times 12}{46} \times (-\frac{1}{3})^{-2}$

• $(\frac{12}{8})^5 \times (\frac{4}{16})^{-5}$

• $14^{-2} \div (\frac{1}{7})^2$

• $(\frac{1}{7})^{10} \times 49^4$

• $(\frac{1}{3})^{-10} \times 27^{-4} \times 9^5$

۷ حاصل هر یک از عبارات زیر را بیابید.

• $2^{-3} + 2^{-2} + 2^{-1} =$

• $(-x - 2y)^{-3} =$

• $\frac{25^{-2} \times 2^{-6}}{2^{-7} \times 5^{-4}} =$

۸ جاهای خالی را با علامت ($<$ $=$ $>$) کامل کنید.

• $(-2)^6$ -2^6

• $(0.5)^{-2}$ 4

• $(0.05)^{-2}$ 5×10^2

۹ مقدار عبارت زیر را حساب کنید.

$\frac{1}{4^{-1} + 5^{-1}} + (2 \times 3 - \sqrt{5^3})^0$

نماد علمی

۱ هر یک از اعداد داده شده را با نماد علمی نمایش دهید.

• $283 =$

• $1400 =$

• $0.000301 =$

• $28/345 =$

۲ نمایش اعشاری اعداد زیر را بنویسید.

• $2/4 \times 10^{-5} =$

• $7/9 \times 10^5 =$

• $3/201 \times 10^{-6} =$

• $8/234 \times 10^6 =$

۳ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) ضخامت یک برگه کاغذ حدود 0.0016 (شانزده ده هزارم) سانتی متر است که با نماد علمی آن را به صورت $1/6 \times 10^{-3}$ سانتی متر نمایش می دهند.

ب) نماد علمی عدد 503 $5/03 \times 10^{-4}$ برابر است با

پ) نمایش اعشاری عدد $2/7 \times 10^3$ را به صورت 2700 نمایش می دهند.

فصل ۴: توان و ریشه

سؤالات تشریحی

ریشه گیری

۴ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) توان عدد ۱۰ در نماد علمی عدد $۰/۰۰۰۴۲۱$ برابر با _____

ب) نمایش اعشاری عدد $۷/۳ \times ۱۰^{-۲}$ به صورت _____ می باشد.

پ) نماد علمی هر عدد اعشاری مثبت به صورت $a \times ۱۰^n$ است که در آن _____
و n عدد صحیح است.

۵ کدام گزینه نماد علمی عدد $۷۵۲/۳ \times ۱۰^{-۳}$ است؟

الف) $۷۵/۲۳ \times ۱۰^{-۴}$ ب) $۷/۵۲۳ \times ۱۰^{-۱}$

ج) $۰/۷۵۲۳ \times ۱۰^۰$ د) ۷۵۲۳×۱۰^{-۴}

۶ نماد علمی عدد ۵۷۳۹ کدام است؟

الف) $۵/۷۳۹ \times ۱۰^{-۳}$ ب) ۵۷۳۹×۱۰^{-۳}

ج) $۵/۷۳۹ \times ۱۰^۳$ د) ۵۷۳۹×۱۰^۳

۷ حاصل کدام گزینه از بقیه کوچک تر است؟

الف) $۰/۰۰۴۷ \times ۱۰^۳$ ب) $(-۲) \times ۱۰^{-۴}$

ج) $(\frac{۳}{۵})^۰$ د) $۳۷/۵ \times ۱۰^{-۲}$

۸ اگر $a = ۱۸ \times ۱۰^{-۴}$ و $b = ۰/۰۰۰۰۹$ باشد، حاصل $\frac{a}{b}$ را با نماد علمی نمایش دهید.

۹ حاصل عبارت زیر را به صورت نماد علمی بنویسید.

$$۳/۲۵ \times ۱۰^{-۱۹} \times ۰/۰۱۶ \times ۱۰^۷$$

۱۰ شعاع تقریبی کره زمین ۶۴۰۰ کیلومتر است. شعاع زمین را بر حسب متر و با نماد علمی بنویسید.

۱۱ مسافتی که نور در مدت یک ثانیه طی می کند ۳×۱۰^۵ کیلومتر در ثانیه است. مسافتی که نور در مدت $۳/۶ \times ۱۰^۳$ طی می کند را با نماد علمی نشان دهید.

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) همواره مقدار $\sqrt{a^2}$ برابر است با a .

ب) ریشه سوم عدد $۰/۰۲۷$ - عدد $۰/۳$ - است.

پ) عدد ۶۴ - ریشه سوم ندارد.

ت) مجذور ۹ برابر ۳ است.

ث) $\sqrt[3]{-\frac{۱}{۲۱۶}} \times \sqrt{۲۴} = -\sqrt{\frac{۲}{۳}}$

ج) $\sqrt[3]{1 + \frac{۱۵}{۶۴} - \frac{۳۹}{۴۸}} = (\frac{۲}{\sqrt{۳}})^{-۲}$

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) اگر محیط مربعی $۸\sqrt{۳}$ باشد، آنگاه مساحت این مربع برابر _____ است.

ب) $\sqrt{b}$ و $-\sqrt{b}$ را _____ دوم عدد نامنفی b می نامیم.

پ) عدد ۴، ریشه سوم عدد _____ است.

ت) ریشه سوم عدد $-\frac{۸}{۲۷}$ عدد _____ است.

ث) ریشه سوم عدد ۱۲۵ برابر _____ است.

ج) نمایش توان مثبت عبارت $۶۴^{-۳}$ برابر است با: _____

چ) حاصل $۵\sqrt[۳]{۶۴}$ - برابر _____ است.

۳ حاصل عبارت $\sqrt[۳]{۱۵} \times \sqrt[۳]{\frac{۹}{۵}}$ برابر است با:

الف) ۳ ب) ۵ -

ج) -۳ د) ۵

۴ ریشه دوم ۶۴ - برابر کدام است؟

الف) -۸ ب) ۸

ج) ± ۸ د) جواب حقیقی ندارد.

۵ ریشه های دوم عدد $۰/۰۴$ برابر است با:

الف) $۰/۲$ ب) $-۰/۲$

ج) $\pm ۰/۲$ د) جواب حقیقی ندارد.

سؤالات تشریحی

۶ اگر $x > 0$ و $y < 0$ حاصل عبارت $\sqrt{(xy)^2}$ برابر با کدام یک از عبارات زیر است؟

الف) xy ب) $-xy$

۷ در جاهای خالی علامت ($<$ ، $=$ ، $>$) قرار دهید.

• $(-\frac{3}{5})^2$ $\sqrt[3]{(-6)^3}$

• $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$ ۳

۸ حاصل عبارت های زیر را ساده کنید.

• $3\sqrt[3]{-2} \times 2\sqrt[3]{4} =$

• $\frac{\sqrt{12} \times \sqrt{6}}{\sqrt{8}} =$

• $\frac{\sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{20}}{\sqrt[3]{5}} =$

۹ حاصل عبارت $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}$ را در هر یک از حالت های زیر به دست آورید.

الف) a و b هر دو مثبت باشند.

ب) a منفی و b مثبت باشند.

جمع و تفريق راديكال ها

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) حاصل $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{25}$ برابر است با ۲۵.

ب) گویا شده مخرج کسر $\sqrt{\frac{2}{5}}$ به صورت $\frac{\sqrt{10}}{5}$ می باشد.

پ) ساده شده عبارت $\sqrt{18}$ به صورت $2\sqrt{3}$ است.

ت) برای گویا کردن مخرج کسر $\frac{3}{\sqrt[3]{x}}$ که $x \neq 0$ ، باید صورت و مخرج را در $\sqrt[3]{x}$ ضرب کرد.

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید

الف) ساده شده عبارت $\sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{12}$ برابر است.

ب) برای گویا کردن مخرج کسر $\frac{5}{\sqrt[3]{a^2}}$ که $a \neq 0$ ، صورت و مخرج کسر را در ضرب می کنیم.

پ) اگر مخرج کسر $\frac{6}{\sqrt{7}}$ را گویا کنیم، آن گاه حاصل برابر با می شود.

۳ در کدام گزینه مخرج کسر $\frac{5}{\sqrt[3]{25}}$ گویا شده است؟

الف) $\sqrt{5}$ ب) ۵

ج) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ د) $\sqrt[3]{5}$

۴ ساده شده عبارت $\sqrt{50} + 3\sqrt{8}$ کدام گزینه می باشد؟

الف) $3\sqrt{58}$ ب) $11\sqrt{2}$

ج) $8\sqrt{2}$ د) $18\sqrt{2}$

۵ حاصل عبارت $(\sqrt{27} - \sqrt{48} + \sqrt{12})^2$ کدام است؟

الف) $2\sqrt{3}$ ب) $\sqrt{3}$

ج) ۳ د) ۹

۶ حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

• $\sqrt[3]{125} - \sqrt{36} =$

• $\sqrt{-1} + \sqrt{81} =$

• $\sqrt[3]{-4} \times \sqrt[3]{2} =$

۷ حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.

• $\frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[3]{4}} =$

• $\frac{\sqrt{90}}{\sqrt{2} \times \sqrt{5}} =$

• $(\sqrt{2} + \sqrt{8})(\sqrt{4} + \sqrt{2}) =$

• $(\sqrt{2} + \sqrt{18})(\sqrt{8} \times \sqrt{3}) =$

• $\sqrt{12}(5\sqrt{3} + \sqrt{12}) =$

• $2\sqrt[3]{16} - 5\sqrt[3]{54} =$

• $\sqrt{27} + \sqrt{12} + \sqrt{72} - \sqrt{32} =$

سؤالات چهارگزینه ای

۹ یک ماده شیمیایی، در طی یک شبانه روز، مقدارش نصف می شود. پس از دو روز، باقی مانده ۵۶۰ گرم از این ماده شیمیایی، کدام است؟

(۱) $1/4 \times 10^{-4}$ (۲) $1/4 \times 10^{-2}$

(۳) $1/8 \times 10^{-4}$ (۴) $1/8 \times 10^{-1}$

۱۰ حاصل عبارت $\frac{8 \times 10^{-8} + 25 \times 10^{-9}}{5 \times 10^{-4} + 10^{-3}}$ به صورت نماد علمی کدام است؟

(۱) $1/2 \times 10^{-10}$ (۲) 0.7×10^{-4}

(۳) $1/4 \times 10^{-9}$ (۴) 7×10^{-5}

۱۱ حاصل عبارت $\frac{2/0.8 \times 10^4 \times (0/4)^{-2}}{(0/2)^{-3}}$ به صورت نماد علمی، کدام است؟

(۱) $1/0.4 \times 10^3$ (۲) $4/16 \times 10^3$

(۳) $1/0.4 \times 10^5$ (۴) $4/16 \times 10^5$

۱۲ کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اعداد حقیقی منفی، ریشه دوم ندارند.

(۲) فقط اعداد طبیعی ریشه دوم دارند.

(۳) اعداد صحیح نامنفی ریشه دوم دارند.

(۴) ریشه دوم مثبت عددی نامنفی مانند a را جذر می نامیم.

۱۳ حاصل عبارت $\sqrt{75} - 4\sqrt{12} + \sqrt{147}$ کدام است؟

(۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $5\sqrt{3}$

(۳) $8\sqrt{3}$ (۴) $10\sqrt{3}$

۱۴ حاصل عبارت $(\sqrt{27} - 3\sqrt{3} - \sqrt{12})^3$ کدام است؟

(۱) -27 (۲) -24

(۳) $-24\sqrt{3}$ (۴) $-12\sqrt{3}$

۱۵ حاصل عبارت $\sqrt{\frac{8}{25}} - \sqrt{\frac{32}{49}} + 2\sqrt{\frac{2}{36}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{17\sqrt{2}}{105}$ (۲) $\frac{-23\sqrt{2}}{210}$

(۳) $\frac{-17\sqrt{2}}{105}$ (۴) $\frac{23\sqrt{2}}{210}$

۱۶ خلاصه شده عبارت $(\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{\frac{3}{9}})(\sqrt{\frac{6}{50}})$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{30}$ (۲) $\frac{1}{15}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{2}{15}$

۱۷ حاصل عبارت $3\sqrt{8} + \frac{\sqrt{2}-2}{1-\sqrt{2}} - \sqrt{18}$ برابر کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $1-\sqrt{2}$

۱۸ خلاصه عبارت $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{40} + \sqrt{90} + \sqrt{160}}{8\sqrt{20} + \sqrt{80}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$

۱۹ حاصل عبارت $\frac{(2\sqrt{3} + 6\sqrt{2})(\sqrt{3} - 3\sqrt{2})}{(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})}$ کدام است؟

(۱) -30 (۲) 30

(۳) $2\sqrt{6} + 3\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$

۲۰ ساده شده عبارت $\frac{\sqrt[3]{50} \times \sqrt{50} \times \sqrt[3]{20} \times \sqrt{22}}{\sqrt{64} \times \sqrt{45}}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۲۵ (۴) $5\sqrt{5}$

۲۱ حاصل عبارت زیر برابر ۹ می باشد، $\sqrt{\frac{b}{3}} + a$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\sqrt{3}$

(۳) ۴

(۴) ۳

۲۲ اگر $x < 0$ ، $y < 0$ و $z < 0$ آن گاه حاصل عبارت $x\sqrt{2} + 2\sqrt{y^2} + \sqrt[3]{z^3}$ کدام است؟

(۱) $-\sqrt{2}x^2 - 2y + z$

(۲) $-(\sqrt{2}x^2 + 2y + z)$

(۳) $\sqrt{2}x^2 + 2y - z$

(۴) $\sqrt{2}x^2 + 2y + z$

سؤالات چهارگزینه ای

۶۳ اگر $0 < a < b < 1$ ، حاصل عبارت زیر کدام است؟

- (۱) $3 - a - b$
 (۲) $3 + a - b$
 (۳) $1 - b - a + ab$
 (۴) $1 + b + a - ab$

۶۴ تساوی $\sqrt{\frac{a^2 b^2}{c^2}} = -\frac{ab^2}{c}$ با اعمال کدام شرط، همواره درست است؟

- (۱) $ac > 0$
 (۲) $ac < 0$
 (۳) $c > 0$
 (۴) $a \leq 0$

۶۵ اگر $a = b = c < 0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{abc}}{\sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc}}$ کدام است؟

- (۱) ۱
 (۲) -۳
 (۳) $\frac{1}{3}$
 (۴) $-\frac{1}{3}$

۶۶ حاصل عبارت $2\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \frac{1}{6}\sqrt{72} - \sqrt{18}$ کدام است؟

- (۱) -۲
 (۲) ۲
 (۳) $2\sqrt{2}$
 (۴) $1 - \sqrt{2}$

۶۷ حاصل عبارت $\sqrt{3+2\sqrt{3+2\sqrt{3+2\sqrt{\dots}}}}$ کدام است؟

- (۱) ۳
 (۲) ۲
 (۳) ۴
 (۴) ۵

فصل ۵: عبارت های جبری

درس ۱: عبارت های جبری و مفهوم اتحاد

فعالیت

هر عبارت را، که به صورت حاصل ضرب یک عدد حقیقی در توان های صحیح و نامنفی یک یا چند متغیر باشد، تک جمله ای (یک جمله ای) می نامیم.

$$ax^n$$

عبارت های زیر همگی تک جمله ای هستند.

$$7, x, 5x^1, -\sqrt{3}a^3x^2z, \frac{1}{5}xy, \pi x^2, 4z, -\frac{2}{y}$$

عبارت های زیر تک جمله ای نیستند.

$$\frac{1}{x}, 3^x, 2\sqrt{x}, |x|, 2x^2+2x, \sqrt[3]{y}, 1+x$$

هرگاه قسمت های حرفی دو یا چند تک جمله ای یکسان باشند، به آنها تک جمله ای های متشابه گفته می شود.

تک جمله ای متشابه

تک جمله ای غیرمتشابه

$$-3x^2y, \frac{7}{4}x^2y, 4x^2y$$

$$3x^2, 2x, 2a, 3xy$$

فعالیت ۱

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$① 2(-4x \times 7x^2) =$$

$$② (\frac{2}{3}x^2y)^3 =$$

$$③ (-3x^3)^2(\frac{1}{3}x^2)^3 =$$

$$④ (\frac{1}{4}a^2b)(ab)(\frac{-2}{5}a^2c^5) =$$

$$⑤ 2(\Delta xy^4)^2(-2x^5y^2) =$$

$$⑥ (2x^2y)(3x^2y^3) + xy^3(-5x^3y) =$$

در تک جمله ای $5a^2x^3y$

● توان متغیر a :

● درجه این تک جمله ای نسبت به متغیر a :

● توان متغیر x :

● درجه این تک جمله ای نسبت به متغیر x :

● توان متغیر y :

● درجه این تک جمله ای نسبت به متغیر y :

● درجه نسبت به دو متغیر x و y :

فعالیت ۲

جدول زیر را کامل کنید

تک جمله ای	متغیرها	درجه نسبت به x	درجه نسبت به y	درجه نسبت به y, x
$\sqrt{3}a^3x^2y^4$				
$5x^2y^2z^4$				
$-12x^3u$				
$\frac{3}{5}$				

فعالیت ۳

چند جمله ای های زیر را مانند نمونه نسبت به متغیر x مرتب کنید.

الف) $3x^2+5-2x+2x^3=2x^3+3x^2-2x+5$

ب) $-3bxy^3+ax^2y-4bx^3y^2$

ج) $\frac{1}{4}x^2y^2-2xy^3+3x^3y-4$

کاردرکلاس

عبارت های جبری زیر را ساده و سپس آن ها را نسبت به توان های نزولی x مرتب کنید

الف) $-5a^2-3ax+x^2-(4x^2+5ax-3a^2)$

ب) $-5a^2-3ax+x^2-[4a^2+5ax-(3a^2-8ax)]$

ج) $(4x+5x^2)(x^3-x+1)=$

د) $(x+x^2)(x^4+x^2+1)=$

هـ) $(x^2-2x+1)(x^2+x^3-2)=$

فعالیت ۱

به ازای مقادیر داده شده برای x ، جدول زیر را کامل کنید:

x	x^2	$6x$	x^2+6x+9	$(x+3)^2$
۰				
۵				
$\frac{3}{2}$				

مقدارهای دو ستون آخر جدول را با هم مقایسه کنید؛ نتیجه چیست؟

با توجه به مقادیر به دست آمده در دو ستون آخر جدول، چه حدسی می زنید؟

فصل ۵: عبارت های جبری

فعالیت ۱

حاصل عبارت جبری $(x+3)^2$ را به دست آورید و آن را با عبارت جبری مقایسه کنید

$$(x+3)^2 = (x+3)(x+3)$$

اگر دو عبارت جبری به گونه ای باشند که به ازای هر مقدار برای متغیرهایشان حاصل یکسانی داشته باشند، پرپیری جبری حاصل از آن ها را اتحاد جبری می نامیم.

برابری $3x-3=x+1$ را در نظر بگیرید. مقدار دو طرف تساوی را به ازای $x=2$ ، به دست آورید.

برقراری این تساوی را به ازای چند مقدار دیگر برای x بررسی کنید.

آیا این برابری یک اتحاد است؟

به چنین پرپیری هایی معادله می گوئیم.

فعالیت ۲

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف) $(a+4)^2 =$

ب) $(5x+2)^2 =$

ج) $(a+b)^2 =$

فعالیت ۳

با توجه به اتحاد $(5x+2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$ به سوالات زیر پاسخ دهید.

جمله اول یعنی $25x^2$ ، چه رابطه ای با $5x$ دارد؟

جمله دوم یعنی $20x$ ، چه رابطه ای با $5x$ و 2 دارد؟

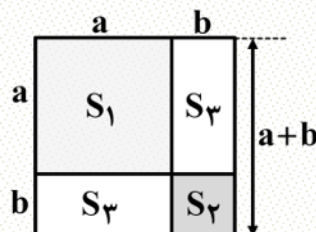
جمله سوم یعنی 4 ، چه رابطه ای با 2 دارد؟

عبارت جبری $(5x+2)^2$ ، دو جمله ای و $(5x+2)^2$ را مربع دو جمله ای می نامیم. برای سرعت بخشیدن به عملیات جبری می توان مربع دو جمله ای را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$(5x+2)^2 = (5x)^2 + 2(5x)(2) + 2^2$$

برای هر دو عدد مثبت a و b ، به کمک مساحت های مشخص شده در شکل زیر، درستی اتحاد مقابل را نشان دهید.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



فعالیت ۴

طرف دوم تساوی های زیر را بنویسید.

الف) $(5x-2)^2 =$

ب) $(3-5x)^2 =$

ج) $(a-b)^2 =$

ارتباط بین جملات به دست آمده در طرف راست تساوی های بالا و جملات عبارت داده شده در سمت چپ آن ها را بیان کنید.

اتحاد مربع دو جمله ای

برای هر دو عدد حقیقی a و b داریم:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

کاردر کلاس ۱

حاصل عبارت های زیر را با توجه به اتحاد مربع دو جمله ای به دست آورید.

الف) $(2x+1)^2 =$

ب) $(4a+3b)^2 =$

ج) $(x^2 - \frac{1}{4})^2 =$

د) $(2xy - \frac{1}{4}x^3)^2 =$

هـ) $(\sqrt{2} + 3\sqrt{3})^2 =$

و) $(5-2\sqrt{2})^2 =$

کاردر کلاس ۲

جاهای خالی را پر کنید.

● $(\square + 3b^2)^2 = 4a^2 + \square + 9b^4$

● $(1+b)^2 = 1 + \square + b^2$

● $(xy - \frac{1}{4})^2 = \square - \square + \frac{1}{16}$

● $(\square - \square)^2 = x^4 - \square + \frac{1}{x^4} \quad (x \neq 0)$

● $(\square - \square)^2 = 36x^2 - 12xy + \square$

فصل ۵: عبارت های جبری

فعالیت

با توجه به خاصیت پخش عمل ضرب نسبت به عمل جمع :

حاصل ضرب

$$a(b+c) = ab+ac$$

تجزیه

$$ab+ac=a(b+c)$$

(ب.م.م.) بزرگ ترین مقسوم علیه (عامل) مشترک

چند جمله ای های زیر را تجزیه کنید:

الف) $8x^2+12x=$

ب) $6a^4-18a^3=$

ج) $7x^4-14x^3+21x^2=$

د) $5x^2y-10xy^2+15x^2y=$

تجزیه به کمک اتحاد مربع دو جمله ای

برای هر دو عدد حقیقی a و b داریم:

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

کارد کلاس

تجزیه سه جمله ای :

مربع کامل

مربع کامل

$$x^2+6x+9=(x+3)^2=(x+3)(x+3)$$

$$2(x)(3)$$

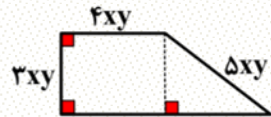
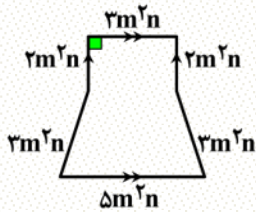
○ $x^2-4x+4=$

○ $n^4-10n^2+25=$

○ $8ax^2+24axy+18ay^2=$

تمرین ۲

محیط و مساحت هر شکل را بیابید.



تمرین ۳

طرف دیگر عبارت های زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

الف) $(\Delta y - 3x)^2 =$

ب) $(-3a^2 - a)^2 =$

ج) $(8x - \frac{1}{3})^2 =$

د) $(2/7)^2 + 2(2/7)(3/3) + (3/3)^2 =$

تمرین ۴

به کمک اتحاد مربع دو جمله ای، درستی تساوی های زیر را ثابت کنید.

الف) $(x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy$

ب) $a^2 + \frac{1}{a^2} = (a + \frac{1}{a})^2 - 2 \quad (a \neq 0)$

تمرین ۵

عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

الف) $2x^3 + 8x^2 + 8x =$

ب) $3a^3b - 12ab^3 + a^3b^3 =$

ج) $a(x+1) + b(x+1)^2 =$

د) $a^3 - 2a^2 + a =$

هـ) $x^2y^2 - 4xy + 4 =$

و) $25x^4 + 30x^3 + 9x^2 =$

تمرین ۱

عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

الف) $(-\Delta m)^2(-2m)^3 - (\frac{1}{4}m)^2(-2m)^3 =$

ب) $7a^3 - 4b^3 + 5c^3 - (a^3 - 9b^3 - 11c^3) =$

ج) $(x^m - 1)(x^m - 1) =$

د) $x - [(y-x) - (y-1)] =$

فصل ۵: عبارت های جبری

تمرین ۶

کاردر کلاس ۱

تساوی های زیر را با استفاده از اتحاد مناسب کامل کنید.

$$① (1+a)(1-a)=1-\square$$

$$② (2a+5)(2a-5)=\square-25$$

$$③ (t+\square)(t-\square)=t^2-9$$

$$④ (a-b-c)^2=a^2+b^2+\square$$

کاردر کلاس ۲

حاصل عبارت های زیر را با استفاده از اتحاد مزدوج به دست آورید.

$$① (1-x)(x+1)=$$

$$② (-y-2z)(-2z+y)=$$

$$③ (-7y+t)(t+7y)=$$

$$④ (-4y-2z)(2z-4y)=$$

$$⑤ (x-2y+5)(x+2y-5)=$$

فعالیت

از اتحاد مزدوج در تجزیه عبارت های جبری نیز استفاده می شود.

$$A^2-B^2=(A+B)(A-B)$$

با توجه به این تساوی، جای خالی را پر کنید.

$$① x^2-9=(x+3)(\square-\square)$$

$$② 4y^2-\frac{1}{4}z^4=(\square+\square)(\square-\square)$$

$$③ (2x+1)^2-y^2=[(2x+1)-\square][(\square)+y]$$

$$④ 1-(3a+z)^2=[1-(\square)][1+(\square)]$$

$$⑤ (2x+1)^2-(3x+4)^2=[(\square)-(\square)][(\square)+(\square)]$$

$$⑥ x^4-y^4=(x^2+y^2)(\square-\square)=(x^2+y^2)(x+y)(\square-\square)$$

کاردر کلاس ۱

محسن قصد دارد عبارت جبری $4x^2-(7-3y)^2$ را تجزیه کند.

او با توجه به شکل عبارت جبری به فکر استفاده از اتحاد مزدوج می افتد و این عبارت را به کمک این اتحاد به صورت زیر تجزیه می کند.

$$(2x-7+3y)(2x+7-3y)$$

به نظر شما، محسن در استفاده از اتحاد مزدوج، A و B را چگونه انتخاب کرده است؟

با تبدیل b به -b در اتحاد $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ طرف دوم تساوی زیر را کامل کنید

$$(a+(-b))^2=$$

درس ۲: چند اتحاد دیگر، تجزیه و کاربردها

فعالیت ۱

حاصل عبارت زیر را با دو روش ارائه شده انجام دهید و آن ها را کامل کنید.

روش اول:

$$(a+b+c)^2=(a+b+c)(a+b+c)$$

روش دوم:

$$(a+b+c)^2=(a+(b+c))^2$$

به کمک نتیجه این فعالیت، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$(a+b-c)^2=$$

مثال

$$\bullet (2x^3-3a^2b-4x)^2=$$

$$\bullet (\sqrt{2}-\sqrt{3}+1)^2=$$

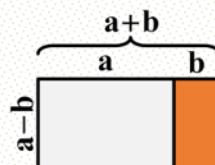
فعالیت ۲

با استفاده از ضرب عبارت های جبری، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$(a+b)(a-b)=$$

اگر a و b مثبت و $b < a$ باشند به کمک شکل های زیر درستی اتحاد مقابل را نتیجه بگیرید.

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$



فصل ۵: عبارت های جبری

کاردر کلاس ۲

استفاده از اتحاد ها ، می تواند بعضی از محاسبات به ظاهر مشکل را ساده کند. به کمک اتحادها ، تساوی های زیر را کامل کنید.

$$\bullet 98 \times 102 = (100 - 2) \times (100 + 2) =$$

$$\bullet 497 \times 503 = \boxed{} \times \boxed{} =$$

$$\bullet (1001)^2 = (1000 + 1)^2 =$$

فعالیت ۱

به تساوی های زیر دقت کنید. توضیح دهید عبارت سمت راست چگونه به دست آمده است؟ بین جواب و عبارت سمت چپ چه ارتباطی وجود دارد؟

$$\text{الف)} (x+2)(x+5) = x^2 + 7x + 10$$

$$\text{ب)} (x+9)(x-4) = x^2 + 5x - 36$$

با توجه به عبارات بالا تساوی زیر را کامل کنید

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (\boxed{})x + \boxed{}$$

مثال

$$\bullet (2x-5)(2x+7) =$$

$$\bullet (x^2-3)(8+x^2) =$$

$$\bullet (ab-x)(ab-y) =$$

$$\bullet (7-2z)(-4-2z) =$$

فعالیت ۲

با توجه به فعالیت (۱) اگر طرف راست عبارت بالا را داشته باشیم و بخواهیم آن را به حاصل ضرب دو عبارت تجزیه کنیم، اعداد a و b را چگونه تشخیص دهیم؟

$$\bullet x^2 + (a+b)x + ab = (x + \quad)(x + \quad)$$

$$\bullet x^2 + 7x + 10 = (x + \quad)(\quad + \quad)$$

$$\bullet y^2 + y - 6 = (\quad + \quad)(\quad - \quad)$$

$$\bullet y^2 - y - 6 = (\quad + \quad)(\quad - \quad)$$

$$\bullet y^2 + 5y + 6 = (\quad + \quad)(\quad + \quad)$$

فعالیت ۳

تجزیه عبارت $x^2 + 10x + 24$ را چهار نفر از دانش آموزان به کمک اتحاد جمله مشترک به چهار صورت زیر انجام داده اند. کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ چرا؟

$$\textcircled{1} (x+6)(x-4)$$

$$\textcircled{3} (x+12)(x-2)$$

$$\textcircled{2} (x+6)(x+4)$$

$$\textcircled{4} (x-12)(x+2)$$

مرور اتحادها

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

تمرین ۱

حاصل عبارت های زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

$$\text{الف)} \left(\frac{1}{5} - x\right)\left(\frac{1}{5} + x\right) =$$

$$\text{ب)} (5x+4)(5x+3) =$$

$$\text{ج)} (z-\sqrt{3})(z+\sqrt{3}) =$$

$$\text{د)} (3x+y-z)(3x+y+z) =$$

$$\text{هـ)} (x-1)(x+1)(x^2+1) =$$

$$\text{و)} (x-2)(x+2)(x^2+3) =$$

تمرین ۲

در قسمت های خالی، با استفاده از اتحادها، عبارات مناسب بگذارید.

$$\text{الف)} (xy-z)(xy+z) = \boxed{} - z^2$$

$$\text{ب)} \left(\boxed{} + \sqrt{5}\right)\left(\boxed{} - \sqrt{5}\right) = \frac{1}{5}y^2 - \boxed{}$$

$$\text{ج)} (x+a)(x-b) = x^2 + \boxed{} - \boxed{}$$

$$\text{د)} (x^2 + \boxed{})(x^2 - 5) = x^4 + 2x^2 - \boxed{}$$

تمرین ۳

عبارات زیر را به کمک اتحادها، تجزیه کنید.

$$\text{الف)} a^2 - 8a + 15 =$$

$$\text{ب)} x^2 + x + \frac{1}{4} =$$

$$\text{ج)} x^2 + 10x + 24 =$$

$$\text{د)} x^2 - 2x - 8 =$$

$$\text{هـ)} 4ax^2 - a =$$

فصل ۵: عبارت های جبری

تمرین ۳

عبارت زیر را به کمک اتحادها، تجزیه کنید.

$$x^2 - 13x + 36 =$$

$$x^2 - 12x + 36 =$$

$$(x+y)^2 - 9 =$$

$$bx^2 - 5bx - 50b =$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 =$$

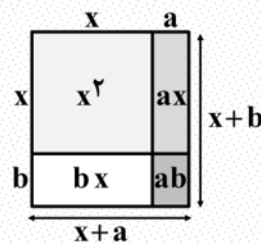
تمرین ۴

در اتحاد جمله مشترک اگر $a=b$ باشد، چه اتحادی به دست می آید؟

اگر a و b قرینه باشند، کدام اتحاد به دست می آید؟

تمرین ۵

به کمک مساحت ها در شکل روبه رو، اتحاد جمله مشترک را به دست آورید.

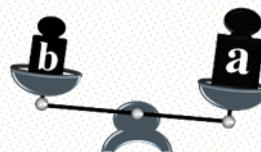


درس ۳: نابرابری ها و نامعادله ها

فعالیت

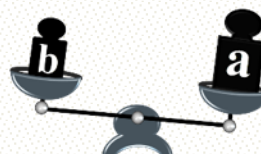
روی کفه های ترازو دو وزنه a و b کیلوگرمی قرار دارد. باتوجه به شکل، وزنه a از وزنه b سنگین تر است.

با توجه به وضعیت ترازو، هریک از نمادهای $>$ ، $<$ ، $\neq$ را در جاهای خالی فقط یک بار استفاده و وزنه های a و b را با هم مقایسه کنید.



a b
 a b
 b a

در شکل زیر اگر وزنه ای p کیلوگرمی داشته باشیم، به طوری که $a=b+p$ ، در این صورت برای این که کفه های ترازو مقابل هم بایستند، باید وزنه p کیلوگرمی را روی کدام کفه قرار داد؟



فعالیت

هر گاه a و b دو عدد حقیقی باشند، به طوری که $a > b$ ، در این صورت $a=b+p$ عدد حقیقی مثبتی مانند p هست، که:

با توجه به برابری های زیر، یک نابرابری برای هر کدام بنویسید.

الف) $x=y+4$

ب) $m+1=n+3$

ج) $a-2=b+3$

د) $2m=3n (m, n > 0)$

توجه

$$a, b \in \mathbb{R}$$

$$a > b \quad \vee \quad a = b \quad \vee \quad a < b$$

● عدد a نامنفی:

● عدد a نامثبت:

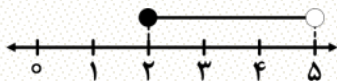
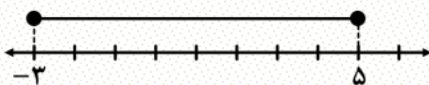
● عدد a از عدد b کم تر نیست:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$$

کاردر کلاس ۱

متناظر با هریک از ناحیه های مشخص شده روی محور، یک نابرابری بنویسید.



کاردر کلاس ۲

درستی یا نادرستی هریک از عبارت های زیر را بررسی کنید.

الف) اگر $a+b > 0$ آنگاه a و b هر دو مثبت اند.

ب) اگر $ab > 0$ آنگاه a و b هم علامت هستند.

ج) اگر $\frac{ab}{c} < 0$ آنگاه a و b و c منفی هستند.

د) اگر $a^2 b < 0$ آنگاه b منفی است.

کاردر کلاس ۳

عبارت های کلامی را به صورت جبری بنویسید.

● ۳ برابر عددی منهای یک از ۷ بزرگ تر است.

● قرینه دو برابر عددی به علاوه ۳ از ۸ کوچک تر است.

فصل ۵: عبارت های جبری

فعالیت ۱

به دو طرف نابرابری های زیر، عددهای داده شده را اضافه کنید. آیا نابرابری باز هم برقرار است؟

- $-3 < 1 \xrightarrow{+3}$
- $-3 < 1 \xrightarrow{-7}$
- $-3 < -2 \xrightarrow{-100}$

«خاصیت یک»

اگر دو طرف یک نابرابری را با عددی مانند c جمع کنیم، نابرابری همچنان برقرار است، یعنی:

$$a > b \rightarrow a + c > b + c$$

فعالیت ۲

دو طرف نابرابری زیر را در عددهای مختلف ضرب کنید؛ آیا نابرابری ها تغییر می کنند؟

- $-7 > -9 \xrightarrow{\times 3}$
- $-7 > -9 \xrightarrow{\times (-3)}$
- $-7 > -9 \xrightarrow{\times 0}$
- $-7 > -9 \xrightarrow{\times (-1)}$

«خاصیت دو»

اگر دو طرف یک نابرابری را در عدد مثبتی مانند c ضرب کنیم، نابرابری همچنان برقرار خواهد بود، یعنی:

$$a > b, c > 0 \rightarrow ac > bc$$

«خاصیت سه»

اگر دو طرف یک نابرابری را در عدد منفی مانند c ضرب کنیم، جهت نابرابری تغییر خواهد کرد، یعنی:

$$a > b, c < 0 \rightarrow ac < bc$$

فعالیت ۳

نابرابری $2x + 1 > 7$ را در نظر بگیرید؛ این نابرابری شامل متغیر x است و درجه نسبت به x با ۱ برابر است؛ در این صورت به این نابرابری، نامعادله یک مجهولی درجه اول می گوییم.

○ در جدول زیر مقدارهای داده شده را به جای x قرار دهید؛

آیا در هر حالت نابرابری برقرار است؟

نامعادله	$x = -1$	$x = 2$	$x = 3$	$x = 4$	$x = 7$
$2x + 1 > 7$					

مجموعه مقادیری که به ازای آنها، نامعادله به نابرابری درست تبدیل شود، مجموعه جواب نامعادله است. در جدول بالا، ۴ و ۷ در مجموعه جواب این نامعادله است.

○ اکنون با توجه به خاصیت های نابرابری ها، نامعادله $2x + 1 > 7$ را حل کنید.

دو طرف نامعادله را با ۱- جمع کنید.

دو طرف نامعادله حاصل را در $\frac{1}{2}$ ضرب کنید یا دو طرف نامعادله را بر ۲ تقسیم کنید.

کاردر کلاس

مجموعه جواب نامعادله های زیر را به دست آورید.

الف) $2x + 7 \geq 15$

ب) $\frac{x}{3} - \frac{1}{2} < \frac{x-1}{6}$

ج) $3(x-1) \geq 2x+1$

د) $\frac{2}{3}(x+7) - \frac{x}{4} \leq \frac{1}{2}(3-x) + \frac{x}{6}$

تمرین ۱

در جاهای خالی نمادهای $<$ یا $>$ را جایگزین کنید.

الف) $a - b = 1$ است. در این صورت $a \square b$

ب) $u - v = -2$ است. در این صورت $u \square v$

ج) $2(p-1) = 2q-3$ است. در این صورت $p \square q$

د) $\frac{a-b}{2} = -3$ است. در این صورت $a \square b$

تمرین ۲

علامت عددهای حقیقی a, b, c را طوری تعیین کنید که نابرابری های زیر برقرار باشد:

الف) $\frac{ac}{b^2} < 0$

ب) $\frac{a}{bc} > 0$

ج) $ab > 0$

د) $\frac{a^2}{bc} > 0$

تمرین ۳

مجموعه جواب نامعادله های زیر را به دست آورید.

الف) $2(x-3) + 5 < 5 - x$

ب) $3 - 2x \geq 5(3 - 2x)$

ج) $\frac{y-3}{4} - 1 > \frac{y}{2}$

د) $-2 - \frac{q}{4} \leq \frac{1+q}{3}$

تمرین ۴

اگر $a^2 > b^2$ آیا همواره می توان نتیجه گرفت: $a > b$ ؟

تمرین ۵

اگر $a, b > 0$ و $a^2 > b^2$ نشان دهید: $a > b$
(از اتحاد مزدوج کمک بگیرید).

تمرین ۶

عبارت های کلامی زیر را به زبان ریاضی بنویسید.
الف) اگر پول علی را سه برابر کنیم، حداقل ۳۰۰ تومان از دو برابر پولش بیشتر می شود.

ب) مجموع نصف عدد a و چهار برابر عدد b ، حداکثر ۶ واحد است.

تمرین ۷

دو نفر با وزن های ۵ و ۶ کیلوگرم به جنگلی رفتند. آن ها در این جنگل به منابع غذایی دسترسی ندارند. برای همین همراه خود مواد غذایی ای برده اند که ۴۵۰۰ کیلو کالری انرژی دارد. اگر فرض کنیم هر انسان روزانه حداقل به اندازه سه برابر وزن خود انرژی نیاز دارد، آن ها حداکثر چند روز می توانند با مواد غذایی خود در جنگل دوام بیاورند؟

سؤالات تشریحی

عبارت های جبری و مفهوم اتحاد

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) درجه دو جمله ای $4x^3y^5 + x^6y$ نسبت به x و y برابر ۸ می باشد.

ب) عبارت $(x+3)^2 = x^2 + 9$ اتحاد مربع دو جمله ای است.

پ) درجه یک جمله ای $5xy^2$ نسبت به x برابر است با یک.

ت) تساوی $(a+b)^2 = 4ab + (a-b)^2$ یک اتحاد است.

ث) عبارت $x + 3x = 4x$ یک اتحاد است.

ج) درجه یک جمله ای $5x^2y^3z$ نسبت به دو متغیر x و y برابر ۲ است.

چ) تساوی $a(a+1) = a^2 + a$ یک اتحاد است.

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) درجه یک جمله ای $-7x^3y$ نسبت به متغیرهای x و y ———

ب) درجه چند جمله ای $3x^2y - 4x^3 - 5xy^2$ نسبت به x مساوی ——— است.

پ) درجه یک جمله ای $\sqrt{5}x^2yz^3$ نسبت به متغیر z برابر ——— است.

ت) دو عبارت جبری که به ازای مقدارهای مختلف متغیرها همیشه برابر باشند را ——— می نامند.

ث) ساده شده عبارت $(-3x^2y)^2(2x^2y^2)^3 - (2xy^2)^3(-2x^2y)^2(x^3)$ ———

۳ درجه چند جمله ای $3x^2 - 4x + 1$ نسبت به x کدام است؟

الف) ۴ ب) ۳

ج) ۲ د) ۱۱

۴ هرگاه $a + \frac{1}{a} = 3$ باشد، حاصل $a^2 + \frac{1}{a^2}$ کدام است؟

الف) ۹ ب) ۷

ج) ۵ د) ۳

۵ ب. م. یا بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک یک جمله ای های $8ax^2$ و $24axy$ و $18ay^2$ کدام است؟

الف) $2a$ ب) $8ax$

ج) $6ay$ د) $72ax^2y^2$

۶ کدام گزینه یک عبارت یک جمله ای است؟

الف) $7\sqrt{x}$ ب) ۵

ج) $\frac{4}{x}$ د) $8y - 4$

۷ کدام یک از تساوی های زیر، اتحاد است؟

الف) $2x = 2$ ب) $x + x = 2x$

ج) $\sqrt{x^2} = x$ د) $x + 1 = 2$

فصل ۵: عبارت های جبری

سوالات تشریحی

۸ درجه چند جمله ای $x^2y - xy$ نسبت به تمام حروف برابر است با:

الف (۲) ب (۳)

ج (۴) د (۵)

۹ درجه یک جمله ای $5x^2y^2z^3$ نسبت به همه متغیرهایش برابر است با:

الف (۶) ب (۱)

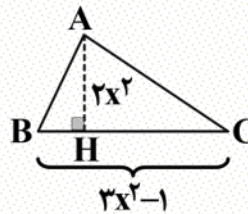
ج (۳) د (۵)

۱۰ کدام یک از گزینه های زیر یک جمله ای است؟

الف 3^x ب $|x+4|$

ج $4x^3$ د $\sqrt{x}$

۱۱ مساحت شکل زیر را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.



۱۲ با استفاده از اتحادها جاهای خالی را کامل کنید.

● $(3x^2 - 2x)^2 = 9x^4 - \dots + \dots$

● $(\dots + 5)^2 = 4x^2 - \dots + 25$

● $(\dots + \dots)^2 = 9x^2 + 16y^2 + \dots$

● $(\dots + 3b^2)^2 = 4a^2 + \dots + 9b^4$

● $(2x - \dots)^2 = \dots - 12x + \dots$

● $(5a + \dots)^2 = 25a^2 + \dots + 36$

● $(xy - \frac{1}{4})^2 = \dots - \dots + \frac{1}{4}$

۱۳ طرف دوم تساوی های زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

● $(x^2 - 2)^2 =$

● $(4a - 3b)^2 =$

● $(2a + 5b)^2 =$

۱۴ حاصل عبارت زیر را به دست آورید و آن را بر حسب توان های نزولی x مرتب کنید.

$(x^2 + 1)[(ax + b)^2 - a(ax^2 - bx)]$

۱۵ حاصل عبارت زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

● $(2/4)^2 + 2(2/4)(3/6) + (3/6)^2$

● $(101)^2 =$

● $(1405)^2 - 1400^2 - 5^2 =$

چند اتحاد دیگر، تجزیه و کاربردها

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) حاصل عبارت $(2x - y)(2x + y)$ دارای دو جمله است.

ب) تجزیه عبارت $4x^2 + 16xy + 16y^2$ به صورت $2x(2x + 8y)$ می باشد.

پ) عبارت $a^4 + 25$ در اعداد حقیقی قابل تجزیه است.

ت) حاصل عبارت $(2a - 3b)(3b + 2a)$ از اتحاد مزدوج قابل استفاده است.

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید

الف) در اتحاد جمله مشترک هر گاه a و b قرینه هم باشند، اتحاد $\dots$ (مربع دو جمله ای یا مزدوج) به دست می آید.

ب) برای حاصل عبارت 28×32 می توان از اتحاد $\dots$ استفاده کرد.

پ) عبارت $4xy + 12y^2 - 6x^2y$ را می توان به صورت $\dots$ تجزیه کرد.

ت) جمله مناسب برای جای خالی اتحاد زیر کدام است.

$(7x^2 - 3x)$

$(x - 5)(x + 2) = x^2 + \dots - 10$

سؤالات تشریحی

۳ در تجزیه عبارت $a^4 - b^4$ کدام عامل زیر وجود ندارد؟

الف) $(a-b)$ ب) $(a+b)$

ج) $(a^2 + b^2)$ د) $(a^3 - b^3)$

۴ در تجزیه عبارت $x^3 - y^2x$ کدام عامل زیر وجود دارد؟

الف) $x^2 + y$ ب) $(x+y)$

ج) x^2 د) $x^3 - y$

۵ حاصل عبارت $(x-1)(x+1)(x^2+1)$ کدام گزینه است؟

الف) $x^2 - 1$ ب) $x^4 - 1$

ج) $x^2 + 1$ د) $x^4 + 1$

۶ حاصل عبارت 98×102 از کدام اتحاد به دست می آید؟

الف) $(a-b)^2$ ب) $(a+b)^2$

ج) $(a-b)(a+b)$ د) $(x+a)(x+b)$

۷ تساوی های زیر را با استفاده از اتحادها، کامل کنید.

● $(\quad + \sqrt{3}) (\quad - \sqrt{3}) = \frac{4}{9} x^2 -$

● $x^2 - \quad = (x + \frac{1}{3})(x - \frac{1}{3})$

● $(x - \quad)(x + \quad) = x^2 - 5x - 6$

● $12 \times 8 = (10 + 2)(10 - 2) = \quad - 2^2 =$

● $(-5y + t)(t + \quad) = \quad - 25y^2$

● $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = x^2 -$

● $x^2 + 3x - 18 = (x + \quad)(x - \quad)$

● $(a - \sqrt{v})(a + \sqrt{v}) =$

● $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) =$

● $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2}) =$

۷ تساوی های زیر را با استفاده از اتحادها، کامل کنید.

● $(a^2 - 3)(a^2 + 3) =$

● $(2x - 3)(2x + 5) =$

● $(5a - 2)(2 + 5a) =$

● $(x - 3y)(x + 3y) =$

۸ عبارت جبری زیر را ساده کنید.

● $(-\frac{1}{4}x)^3(4x)^3 + (3x)^2x^3$

● $(x^m - 1)(x^{4m} + 1)(x^m + 1)(x^{2m} + 1)$

۹ حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.

● $998 \times 1002 =$

● $498 \times 502 =$

۱۰ حاصل عبارت $(\frac{\sqrt{5}-1}{4})^{200} \times (\frac{6+2\sqrt{5}}{4})^{100}$ را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

۱۱ عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

● $x^2 - x - 6 =$

● $x^2 + 13x + 36 =$

● $a^3 - 4a =$

● $x^3 - 7x^2 + 12x =$

● $2b^3 - 2b =$

● $a^3b - ab^3 =$

● $9by^2 - 4b =$

● $8ax^2 + 2a =$

● $4x^2 - (7-3y)^2 =$

● $ax^2 - 13ax + 36a =$

● $8ax^2 + 24axy + 18ay^2 =$

سؤالات تشریحی

۱۱ عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

- $36ax^2 - 120ax^2y + 100a^2y^2$
- $4x^2 - (7+3x)^2$
- $x^6 - 2x^3 - 15$
- $4a^2 - 25 + 30b - 9b^2$

نابرابری ها و نامعادله ها

۱ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) اگر طرفین نابرابری را بر عدد منفی تقسیم کنیم جهت نابرابری تغییر _____

ب) اگر طرفین نابرابری را در عددی مثبت ضرب کنیم جهت نابرابری تغییر _____

پ) اگر $ab < 0$ یعنی دو عدد هستند.

ت) اگر $0 < a < 1$ باشد آن گاه a^2 از یک است.
(بزرگ تر - کوچک تر)

ث) عبارت کلامی «حاصل تفاضل دو برابر عددی از ۳ حداکثر ۵ می شود»، به صورت جبری با نوشته می شود.

۲ با توجه به تساوی $y - 5 = 4(x - 4)$ ، کدام یک از نامعادلات زیر همواره برقرار است؟

الف) $xy > 0$ (ب) $4x + y > 0$

ج) $4x - y > 0$ (د) $xy < 0$

۳ جواب نامعادله $4x + 4 < 2x - 6$ کدام گزینه است؟

الف) $x > 5$ (ب) $x < -5$

ج) $x > -5$ (د) $x < 5$

۴ عبارت کلامی «سه برابر عددی حداقل ۱۰ واحد بیشتر از دو برابر آن» به زبان ریاضی کدام است؟

الف) $3x \geq 10 + x$ (ب) $3x \leq 2x + 10$

ج) $x + 3 \leq 10 + 2x$ (د) $3x \geq 10 + 2x$

۵ حداکثر چند عدد طبیعی در مجموعه جواب نامعادله $2(x+1) \leq x+4$ وجود دارد؟

الف) ۲ (ب) ۳

ج) ۴ (د) بی شمار

۶ نامعادله های زیر را حل کنید و مجموعه جواب ها را روی محور اعداد مشخص کنید.

● $3(x-1) \geq 2x-1$

● $2x+7 \geq 15+6x$

● $\frac{x}{3} - \frac{1}{2} < \frac{x-1}{6}$

۷ مجموعه جواب نامعادله های زیر را به دست آورید.

● $3-3x \geq 3(7+2x)$

● $\frac{3x-2}{5} \geq \frac{x-2}{3}$

۸ درجه نامعادله $x^2 + \frac{x}{4} \geq (x-2)^2$ را تعیین کرده و آن را حل کنید.

۹ در جای خالی علامت $< = >$ بگذارید.

الف) اگر $2a = 2b$ ، در این صورت $a \square b$

ب) اگر $b - a = 5$ ، در این صورت $a \square b$

سؤالات چهارگزینه ای

۱ کدام یک از عبارت های زیر، یک جمله ای است؟

(۱) $\frac{a^3b}{x^4}$ (۲) $\sqrt{ab}x^2$

(۳) $-\sqrt{5}ab^2$ (۴) $2(a+b)+7(4$

سؤالات چهارگزینه ای

۲ کدام یک از عبارت های زیر، در مورد چند جمله ای زیر صحیح نیست؟

$$5a^2b + 2ab^3 + 4abc + 9$$

(۱) درجه این چند جمله ای نسبت به a برابر ۲ می باشد

(۲) درجه این چند جمله ای نسبت به c برابر ۱ می باشد

(۳) درجه این چند جمله ای نسبت به a ، b و c برابر ۱ می باشد

(۴) درجه این چند جمله ای نسبت به b برابر ۳ می باشد

۳ در چند جمله ای زیر، درجه چند جمله ای نسبت به هر کدام از متغیرهای x ، y و z به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$$5x^3y^5z - \frac{3}{4}xy^2z^2 - 7xy - 2y^4 - \frac{2}{13}y^9z$$

(۱) ۱، ۱، ۱

(۲) ۱، ۴، ۳

(۳) ۲، ۹، ۳

(۴) $-\frac{2}{13}$ ، -2 ، -7

۴ کدام یک از عبارت های زیر، یک جمله ای نیست؟

$$(-3x^2y) \times (7x^3y^3)$$

$$(-3x^3y)^4$$

$$(12x^3y) \div (7xy^2)$$

$$(3xy) \times x + 4x^2 \times 8y$$

۵ حاصل عبارت $2(x+x^2)(1-3x) - 3x(x-2)(2x+1)$ کدام است؟

$$5x^4 + 8x$$

$$-12x^3 - 5x^2 - 8x$$

$$-12x^3 + 5x^2 + 8x$$

$$-6x^3 + 5x^2 + 8x$$

۶ چه تعداد از تساوی های زیر، اتحاد هستند؟

$$(x+1)(x+1) = x^2 + 2x + 1 \text{ (الف)}$$

$$y + 5(1-y) = 5 - 4y \text{ (ب)}$$

$$(x+2)^3 = x^3 + 6x + 8 \text{ (ج)}$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \text{ (د)}$$

(۱) یکی (۲) دو تا (۳) سه تا (۴) چهار تا

۷ کدام یک از عبارت های زیر، یک اتحاد را نشان نمی دهد؟

$$(a-3b)^2 = a^2 - 6ab + 9b^2 \text{ (۱)}$$

$$(a-b)^2 - (a+b)^2 = -4ab \text{ (۲)}$$

$$(x-x^2)^2 = x^2 - x^3 + x^4 \text{ (۳)}$$

$$(x + \frac{1}{x})^2 = (x - \frac{1}{x})^2 + 4 \text{ (۴)}$$

۸ مجموع ارقام عدد $(2 + (3n + 2))^{10}$ کدام است؟
(n عددی طبیعی است)

(۱) ۹

(۲) ۲۴

(۳) ۱۶

(۴) ۱۹

۹ در صورتی که $\frac{3\sqrt{x}}{x+1} = 1$ باشد، حاصل عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2}$ کدام است؟

(۱) ۳۷

(۲) ۴۷

(۳) ۴۹

(۴) ۶۷

۱۰ حاصل عبارت $(5x+y-z)(5x-y+z) + (z-y)^2$ کدام است؟

$$25x^2 + (y+z)^2 \text{ (۱)}$$

$$25x^2 + (y-z)^2 \text{ (۲)}$$

$$25x^2 \text{ (۳)}$$

$$(y+z)^2 \text{ (۴)}$$

۱۱ اگر $a-b-c=14$ و $a^2+b^2+c^2=58$ ، حاصل $bc-ab-ac$ کدام است؟

(۱) ۹۶

(۲) ۶۹

(۳) ۷۲

(۴) ۵۷

۱۲ اگر $a+b=4c$ ، حاصل عبارت $\frac{(a+c+b)^2 - (a+b)^2}{ac+c^2+bc}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{8}$

(۳) $\frac{11}{3}$

(۴) $\frac{1}{5}$

سوالات چهار گزینه ای

۱۳ مجموع ضریب های طرف دوم اتحاد $(-3a^2 - 5a)^2$ کدام است؟

۶۴ (۱) -64 (۲)

۱۶ (۳) 8 (۴)

۱۴ ساده شده عبارت $(x-3)^3 - 3x(9-3x)$ ، همواره کدام است؟

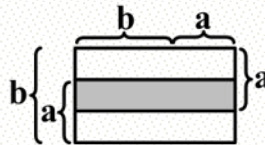
$x^3 - 3x^2$ (۱)

$x^3 + 27$ (۲)

$x^3 - 27$ (۳)

$x^3 - 18x^2 + 54x - 27$ (۴)

۱۵ مساحت قسمت رنگی بر حسب a و b کدام است؟



$2a^2 - b^2$ (۱)

$2a^2 + b^2 + ab$ (۲)

$2a^2 - b^2 + ab$ (۳)

$4a^2 - 2b^2$ (۴)

۱۶ عبارت زیر معرف یک اتحاد بر حسب x است ، حاصل $\frac{f+c}{2a-b}$ کدام است؟
همگی اعداد طبیعی و c عددی صحیح است. a, b, d, f

$(ax^2 - b)^2 = 9x^4 + 5x^3 - cx^b + dx^2 + f$

$-\frac{11}{6}$ (۲) $\frac{11}{6}$ (۱)

$\frac{14}{3}$ (۴) $-\frac{14}{3}$ (۳)

۱۷ اگر $a+b=9$ و $ab=1$ ، آن گاه حاصل عبارت $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ کدام است؟
($a > b > 0$)

$\sqrt{6}$ (۱) 6 (۲)

$\sqrt{7}$ (۳) $\sqrt{7}$ (۴)

۱۸ ساده شده عبارت $(x+5)^2 - 2(x+5) + 1$ کدام است؟

$(x+3)^2$ (۱) $(x+4)^2$ (۲)

x^2 (۳) 1 (۴)

۱۹ جذر حاصل عبارت $\frac{(3/8)^2 + 2(2/2)(3/8) + (2/2)^2}{(5/4)^2 + (0/4)^2 - 2(5/4)(0/4)}$ کدام است؟

$1/2$ (۱) $2/1$ (۲)

$1/4$ (۳) $1/44$ (۴)

۲۰ اگر $x+y=5$ و $xy=\frac{3}{4}$ باشد، $xy^2 - 4xy - y^2$ کدام است؟

$5\sqrt{19} - 6$ (۱)

$5\sqrt{21} - 3$ (۲)

$10/5$ (۳)

$9/5$ (۴)

۲۱ اگر تجزیه عبارت $(x^2 + 3x - 18)(x+5)$ به فرم $(x+a)(x+b)(x+c)$ باشد، آن گاه میانگین اعداد a, b, c کدام است؟

$\frac{11}{3}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲)

5 (۳) $\frac{13}{3}$ (۴)

۲۲ اگر $x=24$ و $b=6$ ، حاصل $9x^2 + 3bx - 6b^2$ کدام است؟

4800 (۱) 5000 (۲)

5400 (۳) 6300 (۴)

۲۳ تجزیه شده عبارت $x^2 - 2xy + 2x + 6y - 15$ کدام است؟

$(x-3)(x+5-2y)$ (۱)

$(x-3)(x-5+2y)$ (۲)

$(x+3)(x-5-2y)$ (۳)

$(x+3)(x-5+2y)$ (۴)

۲۴ حاصل $(1/100)^2 + (0/999)^2$ کدام است؟

2 (۱)

$2/002$ (۲)

$2/002002$ (۳)

6300 (۴)

سوالات چهار گزینه ای

۲۵ اگر $a - 4 = b + 5$ ، کدام گزینه الزاماً درست است ؟

(۱) a عددی زوج و b عددی فرد است.

(۲) $a < b$

(۳) a و b اعدادی مثبت هستند.

(۴) $b - a < 0$

۳۶ اگر $7 < 3x - 8 \leq -2$ ، درباره عبارت $A = 2x + 3$ کدام نامعادله درست

است ؟

(۱) $-7 < A \leq -1$

(۲) $-1 < A \leq 7$

(۳) $-1 \leq A < 7$

(۴) $-7 \leq A < -1$

۳۷ اگر نابرابری $x^5 + x > a + x^4 a$ برقرار باشد ، کدام گزینه همواره درست است ؟

(۱) $x < a$

(۲) $x > a$

(۳) $x^2 > a^2$

(۴) $x^2 < a^2$

۳۸ اگر $(2a - x)(4x^2 - 12xy + 9y^2) > 0$ ، کدام گزینه همواره درست است ؟

(۱) $2x > 3y$

(۲) $2x < 3y$

(۳) $2a < x$

(۴) $x < 2a$

۳۹ اگر $(a - b)^2 < (a + b)^2$ ، کدام نتیجه گیری همواره درست است ؟

(۱) $a < 0$

(۲) $b < 0$

(۳) $ab > 0$

(۴) $ab < 0$

۴۰ اگر بدانیم $x < 3$ و $(y + x)^2 < (y - x + 6)^2$ ، کدام گزینه درست است ؟

(۱) $y > 3$

(۲) $y < 3$

(۳) $y < -3$

(۴) $y > -3$

۳۱ اعضای کدام مجموعه در نامعادله $\frac{2}{3}x - \frac{x-2}{5} \leq \frac{1}{4}(1+x)$ صدق می کنند ؟

(۱) $A = \{x \in \mathbb{R} | -2 \leq x \leq 2\}$

(۲) $B = \{x \in \mathbb{R} | -4 \leq x \leq 0\}$

(۳) $C = \{x \in \mathbb{R} | -4 < x < 5\}$

(۴) $D = \{x \in \mathbb{R} | -4 \leq x\}$

۳۲ مجموعه جواب نامعادله $\frac{y-5}{4} - 2 < \frac{y}{2}$ ، شامل چند عدد صحیح نامثبت

است ؟

(۱) ۱۳

(۲) ۱۴

(۳) ۱۵

(۴) بی شمار

۳۳ مجموعه جواب نامعادله $\frac{x+3}{4} + x^2 \geq x^2 + (x-3)^2 - 3 + \frac{x}{3}$ ، شامل چند عدد

طبیعی است ؟

(۱) صفر

(۲) یک

(۳) دو

(۴) سه

۳۴ به ازای چه مقادیری برای a و b ، نقطه $A = \begin{bmatrix} 3b-1 \\ 2a+8 \end{bmatrix}$ در ناحیه چهارم محورهای مختصات قرار می گیرد ؟

(۱) $b > \frac{1}{3}, a > -4$

(۲) $b < \frac{1}{3}, a < -4$

(۳) $b < \frac{1}{3}, a > -4$

(۴) $b > \frac{1}{3}, a < -4$

۳۵ پزشک به یکی از بیماران خود توصیه کرد که اگر وزن شما بیش از ۷۲ کیلوگرم باشد خطرناک است. این بیمار ۱۲۰ کیلوگرم وزن دارد. او طبق دستور پزشک و یک برنامه ورزشی و یک رژیم غذایی، هر دو هفته، ۳ کیلوگرم وزن خود را کاهش می دهد. حداقل پس از چند هفته این بیمار می تواند از حالت خطرناک خارج شود ؟

(۱) ۱۷

(۲) ۳۲

(۳) ۴۷

(۴) ۲۲

فصل ۶: خط و معادله های خطی

درس ۱: معادله خط

فعالیت ۱

معادله $x+y=10$ چند پاسخ دارد؟
پنج پاسخ آن را به صورت زیر بنویسید:

$$\begin{cases} x=1 \\ y= \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ y= \end{cases} \quad \begin{cases} x= \\ y=3 \end{cases} \quad \begin{cases} x= \\ y=4 \end{cases} \quad \begin{cases} x= \\ y=0 \end{cases}$$

توضیح دهید چگونه پاسخ های مختلف این معادله را می توان پیدا کرد؟

آیا تساوی برای $x=2$ و $y=5$ برقرار است؟

توضیح دهید چرا این تساوی معادله است و اتحاد نیست؟

فعالیت ۲

در شکل زیر نمودار یک خط داده شده است. جدول زیر را با توجه به نمودار خط کامل کنید.



x	0	1	-1	2	-2
y	2				
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$					

بین طول و عرض نقطه ها چه رابطه ای هست؟

این رابطه را به صورت یک معادله بنویسید.

فعالیت ۳

پنج جواب برای هر یک از معادله های زیر بنویسید.

$$3x - 4y = 12$$

$$\begin{cases} x= \\ y= \end{cases} \quad \begin{cases} x= \\ y= \end{cases} \quad \begin{cases} x= \\ y= \end{cases} \quad \begin{cases} x= \\ y= \end{cases}$$

$$\begin{cases} x= \\ y= \end{cases}$$

$$y = 2x - 1$$

$$\begin{cases} x= \\ y= \end{cases} \quad \begin{cases} x= \\ y= \end{cases} \quad \begin{cases} x= \\ y= \end{cases} \quad \begin{cases} x= \\ y= \end{cases}$$

$$\begin{cases} x= \\ y= \end{cases}$$

توضیح دهید که پیدا کردن جواب در معادله اول ساده تر و سریع تر است یا در معادله دوم؟

هر معادله به صورت کلی $y = ax + b$ معادله یک خط است. زیرا در صورتی که تمام پاسخ های آن معادله را به صورت نقطه روی دستگاه مختصات نمایش دهیم، شکل یک خط به دست می آید؛ به همین دلیل می گوییم x و y با هم رابطه خطی دارند. معادله بالا پی شما جواب دارد، ولی اتحاد نیست.

فعالیت

دوچرخه سواری با سرعت ثابت دو متر در ثانیه در حال حرکت است؛ یعنی در هر ثانیه دو متر را طی می کند. جدول زیر را کامل کنید.

زمان (ثانیه) x	0	1	1/5	2	3	3/5	4	5
مسافت (متر) y	0	2						

بین زمان و مسافت طی شده چه رابطه ای هست؟

پس از ۱۰۰ ثانیه چه مسافتی طی شده است؟

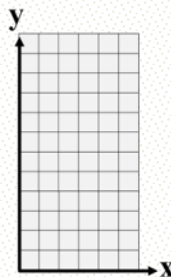
اگر x ثانیه بگذرد، چه مسافتی طی شده است؟

زوج عددهایی را که در جدول به دست آوردید،

به صورت $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نشان دهید و نمایش هر نقطه را روی

نمودار مشخص کنید؛ این نقطه ها چه ویژگی مشترکی دارند؟

اگر این نقطه ها را به هم وصل کنیم، چه شکلی به دست می آید؟



کاردر کلاس ۱

اگر طول ضلع یک مربع را با x و محیط آن را با y نشان دهیم، چه رابطه ای بین x و y هست؟

$$\begin{matrix} \text{ضلع (x)} \rightarrow & \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 100 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} x \end{bmatrix} \\ \text{محیط (y)} \rightarrow & & & & & & \\ y = & \square & & & & & \end{matrix}$$

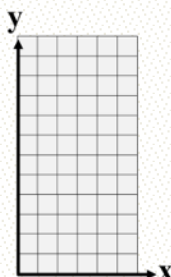
کاردر کلاس ۲

اگر طول ضلع یک مربع را با x و مساحت آن را با y نشان دهیم، چه رابطه ای بین x و y هست؟

ضلع x (cm)	0	0/5	1	1/5	2	2/5	3
مساحت y (cm ²)							
نقطه ها							

نقاطی که در جدول مشخص کردید را روی نمودار پیدا کنید.

آیا این نقطه ها هم روی یک خط راست قرار گرفتند؟



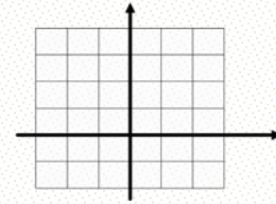
فصل ۶: خط و معادله های خطی

درس ۱: معادله خط

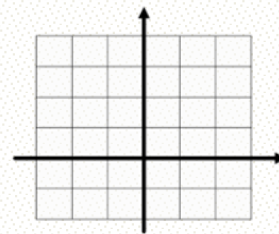
کاردر کلاس ۱

نمودار خط های با معادله زیر را رسم کنید.

$$y = -x + 3$$



$$y = \frac{3}{4}x$$



کاردر کلاس ۲

آیا خط $y = 3x$ از مبدأ مختصات (یعنی نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$) می گذرد؟ چرا؟

کاردر کلاس ۳

اگر در معادله $y = ax$ به جای a عدد های مختلفی قرار دهیم، بی شمار معادله خطی مانند $y = 3x$ ، $y = -x$ و $y = 2x$... به دست می آید. آیا می توان گفت تمام این خط ها از مبدأ مختصات می گذرند؟

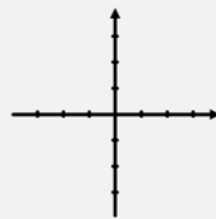
$y = ax$ صورت کلی معادله خط هایی است که از مبدأ مختصات می گذرند.

فعالیت ۱

در هر مورد دو نقطه از یک خط داده شده است؛ ابتدا خط را رسم کنید و سپس مانند نمونه با توجه به مختصات هر نقطه معادله خط را حدس بزنید.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$y = 2x$$



$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$



فعالیت ۲

در فعالیت (۱) برای هر مورد، مختصات دو نقطه دیگر را روی خط به دست آورید.

کدام یک از نقطه ها با مختصات زیر روی خط $y = \frac{1}{3}x$ قرار دارد؟

$$y = 2x$$

$$y = -x$$

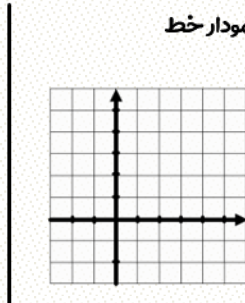
$$y = \frac{1}{3}x$$

کاردر کلاس ۱

مختصات نقطه ای به طول ۲ را روی خط $y = 2x - 1$ پیدا کنید.

با استفاده از معادله ی خط

با استفاده از نمودار خط



کاردر کلاس ۲

مختصات نقطه ای به عرض ۳ - را روی خط $y = -\frac{1}{4}x + 2$ پیدا کنید.

کاردر کلاس ۳

مختصات محل برخورد خط $y = 5x + 1$ را با محورهای مختصات پیدا کنید.

تمرین ۱

خط به معادله $y = \frac{1}{3}x + 4$ را رسم کنید.

الف) آیا نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ روی این خط است.

ب) مختصات نقاط برخورد خط را با محورهای مختصات پیدا کنید.

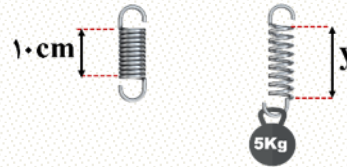
ج) نقطه ای از این خط، به طول ۱ - را پیدا کنید.

فصل ۶: خط و معادله های خطی

تمرین ۲

طول یک فنر ۱۰ سانتی متر است. وقتی وزنه ای به جرم x به آن وصل شود، طول فنر از رابطه $y = 0.8x + 10$ پیدا می شود.

اگر وزنه ای به جرم ۵ کیلوگرم به آن وصل شود، طول فنر چقدر می شود؟



تمرین ۳

کدام یک از نمودارهای زیر رابطه رشد قد انسان را از هنگام تولد تا بزرگسالی نشان می دهد؟

با توجه به وضعیت های مختلف، نمودار آن را توصیف کنید: برای مثال بگویید محل برخورد نمودار با محور y به چه معناست؟



تمرین ۴

دو نقطه از یک خط داده شده است: معادله خط را حدس بزنید.

الف) $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

ج) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

تمرین ۵

مختصات محل برخورد خط به معادله $y = -x + 2$ را با محورهای مختصات بیابید.

تمرین ۶

مختصات نقطه ای از خط به معادله $y = -\frac{3}{5}x + 4$ را بیابید که طول آن نقطه ۵ باشد.

تمرین ۷

خط $y = -\frac{1}{4}x + 2$ را رسم کنید.

○ آیا نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ روی این خط قرار دارد؟

○ نقطه ای به طول ۱ - روی این خط پیدا کنید.

○ نقطه ای به عرض ۲ - روی این خط پیدا کنید.

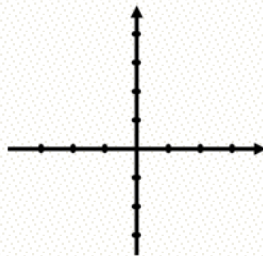
○ محل برخورد خط را با محورهای مختصات پیدا کنید.

درس ۲: شیب خط و عرض از مبدأ

فعالیت ۱

نمودار خطوط به معادلات زیر را در دستگاه محور مختصات رسم کنید:

- $y = \frac{1}{4}x$
- $y = x$
- $y = 3x$
- $y = -x$
- $y = -2x$



تمام این خط ها از مبدأ مختصات می گذرند: تفاوت آنها در چیست؟ زاویه هر خط را مانند نمونه با قسمت مثبت محور طول ها مشخص کنید.

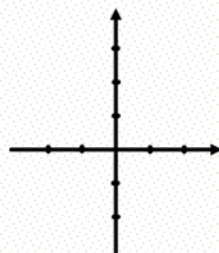
در خط های (الف)، (ب) و (ج) چه رابطه ای بین ضریب x و این زاویه وجود دارد؟

خط های (د) و (ه) چه نوع زاویه ای با جهت مثبت محور x ها می سازد؟

فعالیت ۲

نمودار خطوط به معادلات زیر را در دستگاه محور مختصات رسم کنید:

- $y = 2x - 1$
- $y = 2x$
- $y = 2x + 3$



در معادله این خط ها ضریب x برابر با ۲ است که به آن شیب خط می گوئیم. تفاوت خط ها در چیست؟

زاویه خط ها را با محور x ها با هم مقایسه کنید: چرا این خط ها با هم موازی اند؟

بین محل برخورد خط با محور عرض ها و عدد ثابت معادله چه رابطه ای می بینید؟

فصل ۶: خط و معادله های خطی

توجه

$$y = ax + b$$

شیب خط عرض از مبدأ

در معادله خط $y = ax + b$ ، عدد a ، را شیب خط می نامند. با تغییر a زاویه خط با جهت مثبت محور طول ها تغییر می کند. عدد b نشان دهنده محل تلاقی خط با محور عرض هاست. به همین دلیل به b عرض از مبدأ خط هم می گویند.

کاردر کلاس ۱

در هر یک از معادله های زیر، شیب و عرض از مبدأ خط را مشخص کنید.

☐ $y = 2x - 4$

☐ $y = -\frac{2}{3}x$

☐ $y = -3x + 1$

کاردر کلاس ۲

معادله خطی را بنویسید که:

الف) شیب آن ۲- و عرض از مبدأ آن ۱- باشد.

ب) شیب آن $\frac{1}{4}$ باشد و محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۳ قطع کند.

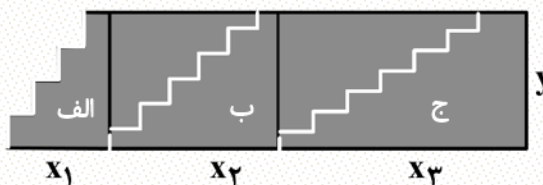
ج) با خط $y = 2x + 1$ موازی باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ بگذرد.

کاردر کلاس ۳

معادله خطی را بنویسید که شیب آن ۲ باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ بگذرد.

فعالیت ۱

در تصویر زیر، سه نوع راه پله می بینید؛ در هر سه مورد از تفاعی که بالا می روید، یکسان است.



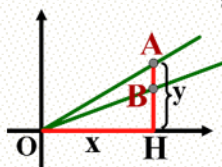
☐ کدام راه پله شیب بیشتری دارد؟

☐ کدام یک، تعداد پله، بیشتری دارد؟

☐ بالا رفتن از کدام یک ساده تر است؟

فعالیت ۲

در محورهای مختصات زیر، کدام خط شیب بیشتری دارد؟



نقطه های A و B طول ثابتی دارند ولی عرض آن ها متفاوت است.

$$\frac{AH}{OH} \quad \text{و} \quad \frac{BH}{OH}$$

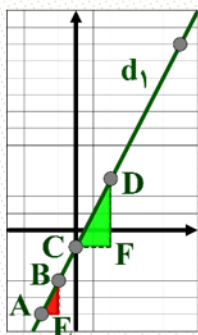
☐ کدام یک از دو نسبت مقابل بزرگ تر است؟

☐ این دو نسبت چه ارتباطی با شیب خط ها دارد؟

فعالیت ۳

روی خط d_1 به معادله $y = 2x - 1$ دو نقطه دلخواه مثل A و B در نظر گرفته ایم.

با توجه به مثلث قائم الزاویه ایجاد شده، شیب خط را به دست آورده ایم.



$$\text{شیب خط } d_1 = \frac{EB}{EA} = \frac{2}{1} = 2$$

☐ برای دو نقطه C و D نیز با توجه به مثلث رسم شده، شیب خط را پیدا کنید.

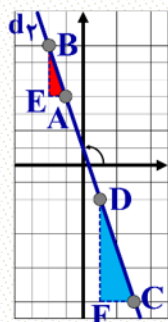
☐ دو نقطه دلخواه دیگر روی خط در نظر بگیرید و با رسم یک مثلث قائم الزاویه شیب خط را دوباره پیدا کنید.

فعالیت ۴

خط d_2 با محور طول، زاویه بزرگ تر از 90° می سازد؛

پس شیب خط، منفی می شود. با توجه به مثلث های

رسم شده مقدار شیب خط d_2 را پیدا کنید.



$$-\frac{EB}{EA} =$$

خط d_2 با محور عرض ها را در نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ قطع کرده

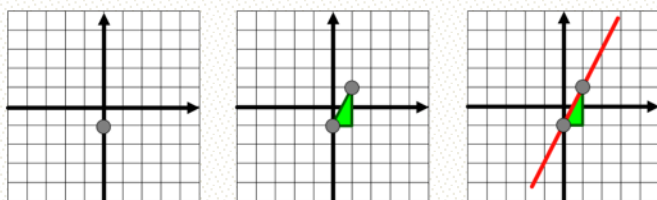
است یا عرض از مبدأ آن ۱ است.

معادله خط d_2 را بنویسید.

فعالیت ۵

با توجه به این بیان از شیب خط، در زیر مراحل رسم معادله خط $y = 2x - 1$

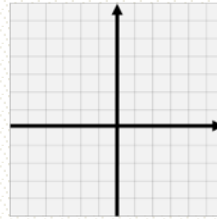
از روش دیگری مشخص شده است؛ این روش را توضیح دهید.



فصل ۶: خط و معادله های خطی

فعالیت ۱

نقطه های $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات نشان دهید و خطی را رسم کنید که از این دو نقطه می گذرد.



روی خط، دو نقطه انتخاب کنید و مختصات آن ها را بنویسید.

اگر نقطه دیگری روی این خط در نظر بگیریم، طول آن برابر است با:

یک نقطه دلخواه به طول ۲ بنویسید و روی محور مختصات نشان دهید:

فعالیت ۲

صورت کلی معادله های خطی به صورت $ax + by = c$ است.

(الف) با توجه به مقدارهای نوشته شده، معادله خط را بنویسید؛ کدام خط از مبدأ می گذرد؟

☐ $\begin{cases} a=2 \\ b=3 \\ c=4 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=0 \end{cases}$

(ب) با توجه به خط های داده شده، مقدارهای a ، b و c را پیدا کنید.

☐ $-3x + 2y = 2$ $a =$ $b =$ $c =$

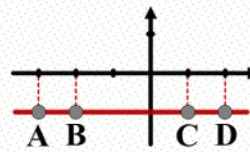
☐ $y = 2x + 1$ $a =$ $b =$ $c =$

(ج) برای خط $x = 2$ مقدارهای a ، b و c را بنویسید.

$ax + by = c$
↓ ↓ ↓

فعالیت ۳

مختصات نقطه های مشخص شده را روی خط بنویسید.



$A = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$D = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

این نقطه ها چه ویژگی مشترکی دارند؟

معادله خط رسم شده را بنویسید.

در شکل کلی معادله های خطی به جای a ، b و c چه عددی قرار دهیم تا معادله خط رسم شده به دست آید؟

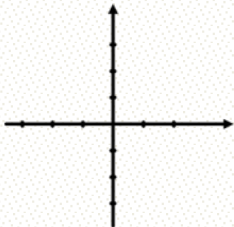
فعالیت ۴

مانند نمونه برای خط های داده شده شیب و عرض از مبدأ را پیدا کنید.

- ☐ $2y - 4x = 8$
- ☐ $3x - 2y = 6$
- ☐ $x + 2y - 9 = 0$

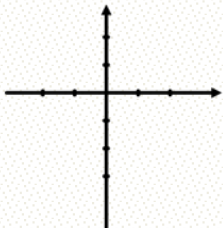
کاردر کلاس ۱

معادله های خط های رسم شده را در دستگاه مختصات مقابل کنار هر کدام بنویسید.



کاردر کلاس ۲

از برخورد دو خط $y = -3$ و $x = 2$ ، کدام نقطه به دست می آید؟



کاردر کلاس ۳

معادله ای خطی بنویسید که موازی محور x ها باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ بگذرد؟

تمرین ۱

خط های به معادله $y = 3$ و $x = -2$ را رسم و مختصات محل برخورد آن ها را پیدا کنید زاویه بین این دو خط چند درجه است؟

تمرین ۲

معادله محور طول ها و محور عرض ها را بنویسید؛ محل برخورد آن ها چه نقطه ای است؟

فصل ۶: خط و معادله های خطی

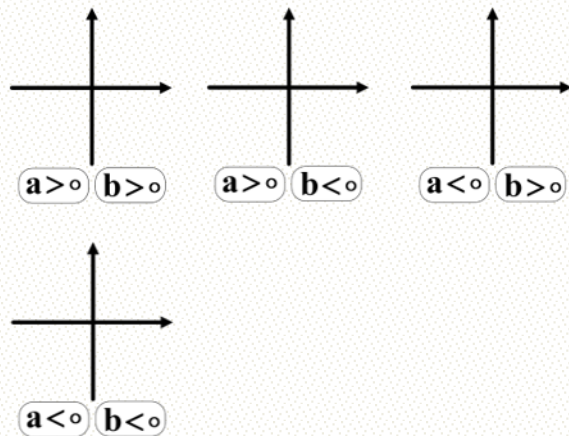
تمرین ۳

شیب و عرض از مبدأ خط های زیر را یافته، سپس آن ها را رسم کنید.

- $3y - 2x = 6$
- $4x - 2y = 8$
- $2x - y = 3$

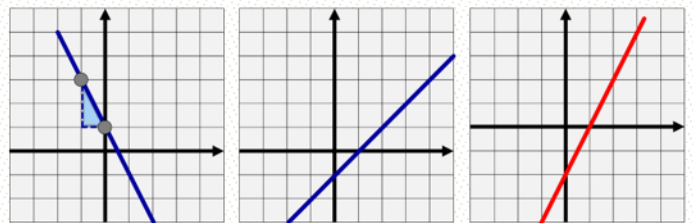
تمرین ۴

خط $y = ax + b$ را در نظر بگیرید. در هر یک از حالت های مورد نظر، خط را مانند نمونه در دستگاه مختصات رسم کنید.



تمرین ۵

معادله خط های زیر را بنویسید.

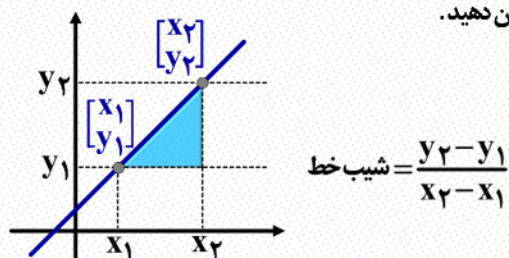


تمرین ۶

معادله خطی بنویسید که با $2y - 4x = 5$ موازی باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ بگذرد.

تمرین ۷

با توجه به شکل زیر نشان دهید.



تمرین ۸

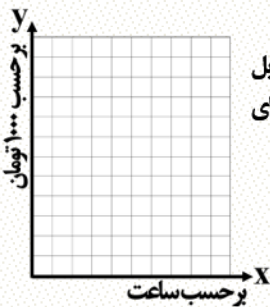
$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$ دو نقطه از یک خط هستند؛ شیب خط را پیدا کنید و معادله خط را بنویسید.

درس ۳: دستگاه معادله های خطی

فعالیت ۱

هزینه اشتراک یک خط اینترنت روی تلفن همراه ۳۰۰۰ تومان مبلغ ثابت و ۲۰۰۰ تومان برای هر ساعت استفاده است. هزینه کلی x ساعت استفاده از اینترنت را با y نشان دهید و رابطه ای بین x و y بنویسید.

یک نوع دیگر از اشتراک اینترنت بدون مبلغ ثابت است؛ ولی برای هر ساعت استفاده، ۳۰۰۰ تومان هزینه دارد. رابطه ای بین هزینه اشتراک (y) و x ساعت استفاده از اینترنت را در این حالت بنویسید.



دو خط به معادله های فوق را در دستگاه مختصات مقابل رسم کنید. محل برخورد این دو خط چه ویژگی ای دارد؟

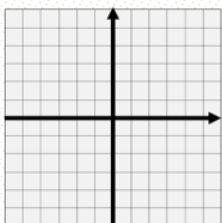
$$\begin{cases} y = 2000x + 3000 \\ y = 3000x \end{cases}$$

○ برای ۱/۵ ساعت استفاده، کدام نوع اشتراک بهتر است؟

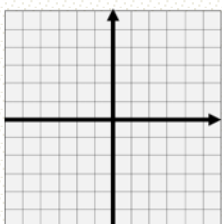
○ بعد از چند ساعت استفاده از اینترنت، اشتراک نوع اول به صرفه خواهد بود؟

فعالیت ۲

معادله $y = 2x - 1$ چند جواب دارد؟ نمودار آن را رسم کنید.



معادله $y = -x + 2$ چند جواب دارد؟ نمودار آن را رسم کنید.



○ توضیح دهید چگونه یک جواب مشترک برای این دو معادله پیدا می کنید.

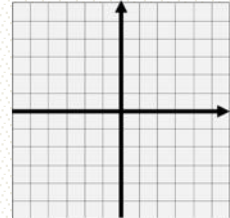
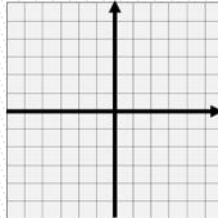
فصل ۶: خط و معادله های خطی

کاردر کلاس

با رسم خط ها ، دستگاه معادله های خطی زیر را حل کنید ؛ یعنی یک جواب مشترک برای دو معادله پیدا کنید.

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$



فعالیت ۳

با توجه به نتیجه هایی که از سؤال های بالا گرفتید ، توضیح دهید که چگونه دستگاه معادله های زیر حل شده است. در هر قسمت مشخص کنید از کدام نتیجه استفاده شده است.

الف) $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$

ب) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

یکی از راه های حل کردن دستگاه معادله های خطی ، حذف کردن x یا y است تا به یک معادله یک مجهولی برسیم ، نام این روش ، حذفی است .

کاردر کلاس

دستگاه های معادله های خطی زیر را حل کنید .

① $\begin{cases} x - y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$

② $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 3x + 2y = 50 \\ 2x + 2y = 35 \end{cases}$

فعالیت ۱

دستگاه معادله های خطی زیر را به روش دیگری نیز می توان حل کرد

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

فعالیت ۲

«طول یک مستطیل از دو برابر عرض آن ۳ سانتی متر کمتر است. اگر محیط مستطیل ۲۴ سانتی متر باشد ، طول و عرض مستطیل را پیدا کنید» این مسئله توسط سه دانش آموز حل شده است. روش های هر کدام را توضیح دهید و کامل کنید.

روش ۱:

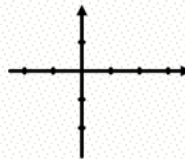
روش ۲:

روش ۳:

فعالیت ۱

خط $2x - 3y = 4$ را رسم کنید.

خط به معادله $4x - 6y = 8$ را که در آن تمام عدد های معادله بالا دو برابر شده است ، رسم کنید



الف) آیا خط جدیدی به دست آمد؟

ب) چه نتیجه ای می گیرید ؟

اگر تمام ضرایب های یک معادله خط را در یک عدد ضرب کنیم

ج) آیا می توان گفت دستگاه معادله خطی زیر بی شمار جواب دارد ؟ چرا ؟

فعالیت ۲

به مثال های زیر توجه کنید :

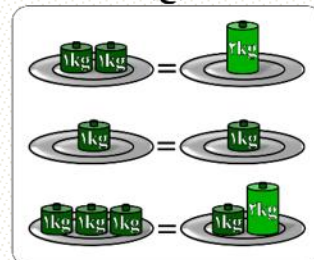
(الف)

$$\begin{array}{r} 2 = 2 \\ + 5 = 5 \\ \hline 7 = 7 \end{array}$$

(ب)

$$\begin{array}{r} x = x \\ + 2x = 2x \\ \hline 3x = 3x \end{array}$$

(ج)



از این مثال چه نتیجه ای می گیرید ؟

«طرف توی را با هم جمع کنیم

فصل ۶: خط و معادله های خطی

کاردر کلاس

دستگاه های زیر را به روش جایگزینی حل کنید.

$$\textcircled{1} \begin{cases} x-3y=7 \\ 2x-7y=15 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} 3x-y=6 \\ 2x+\frac{1}{3}y=8 \end{cases}$$

تمرین ۱

دستگاه های زیر را حل کنید.

$$\textcircled{1} \begin{cases} 2(x-y)+3y=4 \\ 3x-2(2x-y)=7 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} \frac{x-1}{2}-\frac{y-1}{3}=\frac{1}{6} \\ x+y=4 \end{cases}$$

تمرین ۲

یک جواب برای x و y طوری تعیین کنید که تساوی $2x-y-2=3x+y-1$ برقرار باشد.

تمرین ۳

معادله خطی بنویسید که از محل برخورد دو خط $x-y=1$ و $x+y=1$ بگذرد و شیب آن $-\frac{2}{3}$ باشد.

تمرین ۴

در معادله $y=ax+1$ اگر به جای a عدد های مختلفی قرار دهیم، معادله های زیادی به دست می آید. به ازای $a=1$ و $a=2$ و $a=-1$ این خط ها را رسم کنید.

این خطوط چه ویژگی مشترکی دارند؟

تمرین ۵

در یک مزرعه، ۲۰ شترمرغ و گاو وجود دارد. پاهای آن ها ۵۶ عدد است. در این مزرعه چند شترمرغ و چند گاو وجود دارد؟ (شترمرغ ۲ پا و گاو ۴ پا دارد).

تمرین ۶

دستگاه معادله خطی زیر را از دوروش حذفی و ترسیمی حل کنید.

$$\begin{cases} 2x-3y=7 \\ 4x-6y=5 \end{cases}$$

☐ آیا این دستگاه جواب دارد؟

☐ شیب هر دو خط را به دست آورید.

☐ توضیح دهید چرا نقطه مشترکی به عنوان جواب معادله به دست نمی آید.

تمرین ۷

مجموع سن علی و پدرش ۷۰ سال و اختلاف آن ها ۲۶ سال است. سن هریک را با تشکیل دستگاه معادلات به دست آورید.

سوالات تشریحی

معادله خط

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) نقطه $A=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ روی خط $3y-4x=2$ قرار دارد.

ب) رابطه بین اندازه ضلع مربع و محیط آن، یک رابطه خطی است.

پ) رابطه $y=x^2-1$ ، یک رابطه خطی است.

ت) معادله خطی که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ می گذرد برابر است.

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) اندازه ضلع مربع با مساحت آن رابطه خطی (دارد - ندارد)

ب) نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ روی خط $x-2y=-3$ قرار (دارد - ندارد)

پ) اگر خط $x+3y=2$ را رسم کنیم، از مبدأ مختصات عبور (دارد - ندارد)

ت) اگر خط $y-4x=0$ را رسم کنیم از مبدأ مختصات عبور (دارد - ندارد)

ث) اگر طول و عرض یک نقطه هر دو منفی باشند، این نقطه در ناحیه دستگاه مختصات قرار دارد.

۳ کدام یک از خط های زیر از مبدأ مختصات عبور نمی کند؟

الف) $2x-3y=0$ ب) $x+y=3$

ج) $\frac{y}{4}=4x$ د) $y=-3x$

فصل ۶: خط و معادله های خطی

سؤالات تشریحی

۹ الف) مختصات نقطه M از خط $y = 2x - 3$ را طوری پیدا کنید که طول آن برابر ۴ باشد.

ب) آیا نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ 7 \end{bmatrix}$ روی این خط قرار دارد؟ چرا؟

۱۰ مختصات محل برخورد خط به معادله $2x + 3y = 6$ را با محورهای مختصات بیابید.

۱۱ از بین نقاط زیر آن هایی را مشخص کنید که روی خط قرار ندارند؟

- ☐ $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$
- ☐ $\begin{bmatrix} 5 \\ 10 \end{bmatrix}$
- ☐ $\begin{bmatrix} -2 \\ -10 \end{bmatrix}$
- ☐ $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -13 \\ 5 \end{bmatrix}$

شیب خط و عرض از مبدأ

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) دو خط $y = 2x$ و $y = -2x + 1$ با یکدیگر موازی اند.

ب) خط $y = 5$ موازی محور عرض ها است.

پ) برای خط $x = 2$ شیب خط تعریف نمی شود.

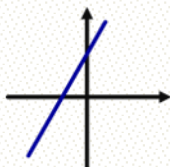
ت) شیب خطی که از مبدأ و نقطه $A = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$ بگذرد برابر ۲ است.

ث) دو خط $y = 2x + 1$ و $y - 2 = 5$ موازی اند.

ج) خط $y = 3x - 4$ محور عرض ها را در ۳ قطع می کند.

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) هر گاه نمودار معادله خط $y = ax + b$ به صورت زیر باشد، با توجه به نمودار می توان گفت: ($ab > 0$ یا $ab < 0$)



ب) معادله خطی که از دو نقطه $\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -3 \\ 7 \end{bmatrix}$ می گذرد برابر می باشد.

۴ اگر نقطه ای به طول ۲- روی خط $y = 2x + 3$ قرار داشته باشد، عرض این نقطه کدام است؟

الف) ۲

ب) ۱

ج) -۱

د) -۲

۵ کدام نقطه روی خطی به معادله $2y + x = 3$ قرار دارد؟

الف) $\begin{bmatrix} -2 \\ 7 \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

ج) $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

د) $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

۶ اگر نقطه $\begin{bmatrix} 2a+4 \\ -5a \end{bmatrix}$ روی محور عرض ها باشد، مقدار a کدام است؟

الف) صفر

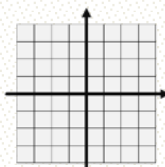
ب) -۲

ج) ۲

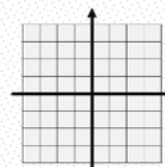
د) -۵

۷ خط های به معادلات زیر را در دستگاه مختصات رسم کنید.

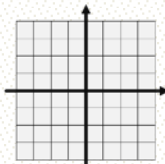
$y = 2x$



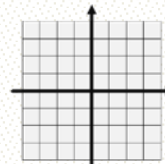
$y = -\frac{2}{3}x$



$2x - y = 3$

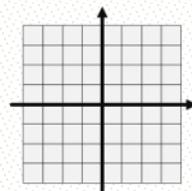


$y = \frac{2}{3}x - 2$



۸ الف) خط به معادله $2x + 3y = 6$ را روی دستگاه مختصات زیر رسم کنید.

ب) آیا نقطه $\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ روی این خط قرار دارد؟ چرا؟



فصل ۶: خط و معادله های خطی

سوالات تشریحی

۲) پ) معادله خطی که از دو نقطه $\left[\frac{1}{2}\right]$ و $\left[-\frac{2}{3}\right]$ می گذرد برابر می باشد.

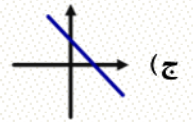
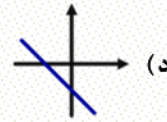
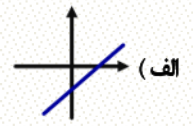
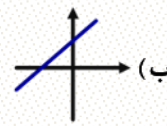
ت) شیب خط $3x - 8y = 2$ ، عدد می باشد.

ث) دو خط زمانی با هم موازی اند که یکسان داشته باشند.

ج) عرض از مبدأ خط $y = \frac{3}{4}x + 4$ برابر با است.

چ) عرض از مبدأ خطی که از مبدأ مختصات می گذرد، برابر است.

۳) در معادله خط $y = ax + b$ ، $a < 0$ و $b > 0$ است. کدام شکل می تواند خط رسم شده این معادله باشد؟



۴) زاویه بین دو خط $x = 2$ و $y = -5$ کدام است؟

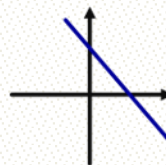
الف) ۴۵ درجه

ب) ۱۲۰ درجه

ج) ۱۸۰ درجه

د) ۹۰ درجه

۵) با توجه به شکل مقابل، معادله خط کدام گزینه می تواند باشد؟



الف) $y = 3x - 5$

ب) $y = 3x + 5$

ج) $y = -3x - 5$

د) $y = -3x + 5$

۶) نقاط $\left[\frac{4}{6}\right]$ و $\left[\frac{2}{2}\right]$ مختصات دو نقطه از یک خط هستند، معادله این خط کدام است؟

الف) $y = 2x - 2$

ب) $y = -2x + 2$

ج) $y = -2x - 2$

د) $y = 2x + 2$

۷) شیب خطی که از نقاط $\left[\frac{5}{3}\right]$ و $\left[-\frac{7}{2}\right]$ می گذرد برابر است با:

الف) $-\frac{2}{5}$

ب) $\frac{2}{5}$

ج) $\frac{5}{2}$

د) $-\frac{5}{2}$

۸) کدام خط با خط $y = 4x - 7$ موازی است؟

الف) $y = \frac{4}{3}x$

ب) $y = 4x$

ج) $y = 4$

د) $y = -7$

۹) کدام یک از خط های زیر موازی محور طول ها است؟

الف) $3y - 2 = 7$

ب) $y = 3x + 5$

ج) $4x - 3y = 12$

د) $5x - 2 = 8$

۱۰) الف) معادله خطی را بنویسید که موازی محور x ها باشد و از نقطه $\left[\frac{3}{2}\right]$ بگذرد؟

ب) معادله خطی را بنویسید که موازی محور y ها باشد و از نقطه $\left[\frac{1}{2}\right]$ بگذرد؟

۱۱) معادله خطی را بنویسید که شیب آن $\frac{1}{3}$ باشد و محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۲ قطع کند.

۱۲) معادله خطی را بنویسید که با خط $y = 2x + 3$ موازی بوده و از نقطه $\left[\frac{0}{-3}\right]$ بگذرد.

۱۳) الف) در صورتی که دو خط به معادلات زیر، با هم موازی باشند، مقدار a را حساب کنید.

$$y - 4x = 5$$

$$y = (a+1)x - 10$$

ب) شیب خطی را به دست آورید که از نقاط $\left[-\frac{2}{5}\right]$ و $\left[-\frac{2}{3}\right]$ می گذرد.

۱۴) مقدار b را طوری تعیین کنید که خط $y = 2x - b$ از نقطه $\left[-\frac{3}{4}\right]$ بگذرد.

روش بالاکس برای نوشتن معادلات خط:

$$\begin{cases} a = -3 \\ \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

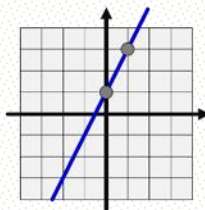
$$\begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\circ \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\circ \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

۱۵ معادله خطی را بنویسید که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۱۶ معادله خط شکل زیر را بنویسید.



۱۷ معادله خطی را بنویسید که از نقطه $\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$ بگذرد و با خط $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$ موازی باشد.

دستگاه معادله های خطی

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) محل برخورد دو خط $x = -4$ و $y = 3$ نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$ است.

ب) دو خط موازی با هم نقطه برخورد (جواب مشترک) ندارند.

پ) دو خط $2x - y = 2$ و $x - 3y = -1$ نقطه برخورد ندارند.

ت) نقطه تلاقی دو خط $x - y = 3$ و $4x + 2y = 6$ در ناحیه سوم واقع شده است.

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) یکی از روش های پرکاربرد حل دستگاه دو مجهولی روش است.

ب) اگر تمام ضرایب های عددی یک معادله خط را در یک عدد ضرب کنیم، خطی بر خط اول به دست می آید.

۲ پ) اگر دو خط بر هم منطبق باشند، آن دو خط نقطه برخورد دارند.

ت) دو خط متقاطع نقطه برخورد دارند.

۳ جواب دستگاه دو مجهولی مقابل کدام گزینه است؟

الف) $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$

ج) $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 4x + y = 3 \end{cases}$$

۴ در دستگاه دو مجهولی مقابل مقدار $x - y$ کدام است؟

الف) ۴ ب) ۵

$$\begin{cases} x + 2y = 9 \\ 3x - 2y = 19 \end{cases}$$

ج) ۶ د) ۷

۵ در دستگاه دو مجهولی مقابل مقدار y کدام است؟

الف) -۱ ب) ۱

$$\begin{cases} x - 3y = 7 \\ 2x - 7y = 15 \end{cases}$$

ج) ۲ د) -۲

۶ دستگاه های زیر را به روش جایگزینی حل کنید.

$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ y = x + 1 \end{cases}$$

۷ در یک پارکینگ ۲۰ موتور و ماشین است. اگر تعداد چرخ های آن ها ۵۲ باشد،

در این پارکینگ چند موتور و چند ماشین است؟

سوالات چهارگزینه ای

۱ مجموع شیب و عرض از مبدأ خط به معادله $3y + 9x = 5$ کدام است؟

۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $-\frac{4}{3}$ ۳) $-\frac{3}{5}$ ۴) $\frac{3}{5}$

فصل ۶: خط و معادله های خطی

سوالات چهار گزینه ای

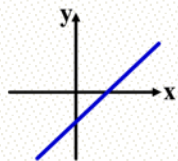
۱۰ اگر فاصله هر نقطه از خطی، تا محور عرض ها، سه برابر فاصله آن نقطه تا محور طول ها باشد، معادله آن خط کدام است؟

(۱) $y = 3x$

(۲) $y = -\frac{x}{3}$

(۳) $y = \frac{x}{3}$

(۴) گزینه های «۲» و «۳»



۱۱ کدام نقطه الزاماً روی خط در نمودار زیر، قرار ندارد؟

(۱) $A = \begin{bmatrix} 10 \\ -8 \end{bmatrix}$

(۲) $B = \begin{bmatrix} -7 \\ 3 \end{bmatrix}$

(۳) $C = \begin{bmatrix} 31/5 \\ 22/5 \end{bmatrix}$

(۴) $D = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$

۱۲ کدام یک از نقاط زیر همواره در ناحیه سوم محورهای مختصاتی قرار دارد؟

(۱) $\begin{bmatrix} -k-2 \\ -k \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} |-k| \\ -k^2 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} -|-k|-2 \\ -k^2-1 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} -|-k|+1 \\ \sqrt{k}-2 \end{bmatrix}$

۱۳ معادله خطی که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ می گذرد، کدام است؟

(۱) $y + 5x = 6$

(۲) $y - 5x = -6$

(۳) $-2y + 5x = 7$

(۴) $2y + 5x - 3 = 0$

۱۴ خط $3y - 4x = 5$ با کدام خط موازی است؟

(۱) $y - \frac{3}{4}x = 11$

(۲) $y + \frac{4}{3}x = 7$

(۳) $\frac{y}{4} + \frac{x}{3} - 5 = 0$

(۴) $\frac{y}{4} - \frac{x}{3} = 7$

۱۵ به ازای چه مقدار از a دو خط $ax + 2y = 7$ و $y = (3a + 1)x$ باهم موازی اند؟

(۱) $-\frac{2}{5}$

(۲) $\frac{2}{5}$

(۳) $\frac{3}{5}$

(۴) $-\frac{3}{5}$

۱۶ شیب خط به معادله $3(2x - y) - 5(2x - y + 2) - 7 = 0$ کدام است؟

(۱) -2

(۲) 2

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $-\frac{1}{2}$

۱۷ شیب خط به معادله $\frac{2x-5}{5} = \frac{4+y}{3}$ کدام است؟

(۱) $\frac{6}{5}$

(۲) $\frac{5}{6}$

(۳) $\frac{3}{5}$

(۴) 7

۱۸ عرض از مبدأ خط $y + 5x + 6 = 0$ چند برابر عرض از مبدأ خط $y - 2x = 3$ است؟

(۱) -6

(۲) 1

(۳) 2

(۴) -2

۱۹ شیب خط $y + 2x - 5 = 0$ قرینه شیب خط $\frac{y}{3} - (2k + 10)x - 7 = 0$ است. مقدار k کدام است؟

(۱) 1

(۲) -1

(۳) 4

(۴) -4

۲۰ مقدار k چقدر باشد تا خطی که از نقاط $\begin{bmatrix} -5 \\ k+3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2k+7 \\ 5 \end{bmatrix}$ می گذرد، موازی محور عرض ها باشد؟

(۱) -6

(۲) 6

(۳) -8

(۴) 8

۲۱ کدامیک از موارد زیر، خط تقارن پاره خطی است که دو نقطه $A = \begin{bmatrix} 4a-5 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2a+5 \\ 4 \end{bmatrix}$ را به هم وصل می کند؟

(۱) $y = 4$

(۲) $y = 3a$

(۳) $x = 3a$

(۴) $x = 6a$

۲۲ کدام نقطه، نقطه ای از خط $y - 5 = -6x$ است که طول و عرض آن معکوس یک دیگر هستند؟

(۱) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}$

۲۳ اگر نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ روی خط L به معادله $\frac{ax-3y+2}{x} = 3a$ باشد، کدام نقطه زیر نیز روی این خط قرار دارد؟

(۱) $\begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

فصل ۶: خط و معادله های خطی

سوالات چهار گزینه ای

۱۳ دو خط $y_1 = ax - b$ و $y_2 = cx + d$ در نقطه $\left(\frac{1}{4}\right)$ تلاقی دارند. چه رابطه ای بین a, b, c, d برقرار است؟

- (۱) $a = b + c + d$
- (۲) $a + b + d = c$
- (۳) $a - b = c - d$
- (۴) $a + b = c + d$

۱۴ فاصله نقطه بر خورد دو خط به معادلات زیر از مبدأ مختصات کدام است؟

- $$\begin{cases} 3x - y = 6 \\ 2x + \frac{1}{3}y = 8 \end{cases}$$
- (۱) $\frac{3}{4}\sqrt{31}$
 - (۲) $\frac{2}{3}\sqrt{61}$
 - (۳) $\frac{2}{3}\sqrt{51}$
 - (۴) $\frac{3}{4}\sqrt{61}$

۱۵ معادله خطی که از نقطه تلاقی دو خط $y + 2x + 5 = 0$ و $x + 2y = 2$ ، به موازات خط $2y + 3x = 9$ رسم شده باشد، کدام است؟

- (۱) $2y - 3x = 5$
- (۲) $2y + 3x = 6$
- (۳) $2y - 3x = -5$
- (۴) $2y + 3x = -6$

۱۶ در دستگاه معادلات خطی زیر، فاصله x و y کدام است؟

- $$\begin{cases} 3(x - y) + 4y = 4 \\ 6x - 11 - (4x - 9y) = 0 \end{cases}$$
- (۱) ۳
 - (۲) ۲
 - (۳) ۱
 - (۴) صفر

۱۷ از حل دستگاه معادلات زیر، مقدار x کدام است؟

- $$\begin{cases} \frac{4y - 3x}{xy} = 8 \\ \frac{2x + 7y}{xy} = 43 \end{cases}$$
- (۱) $0/25$
 - (۲) $0/45$
 - (۳) $0/2$
 - (۴) $0/35$

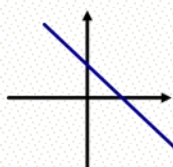
۱۲ مقدار m چقدر باشد تا نقطه $A = \begin{bmatrix} 2m-9 \\ -m-2 \end{bmatrix}$ روی نیمساز ربع دوم و چهارم صفحه مختصات واقع شود؟

- (۱) ۱۱
- (۲) -۱۱
- (۳) $\frac{5}{4}$
- (۴) $-\frac{5}{4}$

۱۷ اگر $A = \begin{bmatrix} -2n-6 \\ -k-1 \end{bmatrix}$ روی محور عرض ها و $B = \begin{bmatrix} -n+1 \\ -2k+4 \end{bmatrix}$ روی محور طول ها باشند و O مبدأ مختصات باشد، محیط مثلث OAB کدام است؟

- (۱) ۷
- (۲) ۱۲
- (۳) ۶
- (۴) ۲۴

۱۸ با توجه به نمودار زیر، کدام معادله می تواند معادله خط رسم شده باشد؟



- (۱) $-\sqrt{3}x + y = 3$
- (۲) $a^2x - b^2y = 1$
- (۳) $\sqrt{5}x + \sqrt{3}y = a^2 + 2$
- (۴) $\sqrt{6}x + \sqrt{5}y = -2$

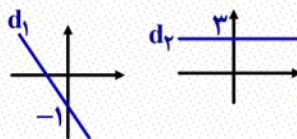
۱۹ تلاقی معادله خطی که موازی محور x ها است و از نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$ می گذرد با معادله خطی که موازی محور y ها است و از نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$ می گذرد، کدام نقطه است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix}$
- (۲) $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$
- (۳) $\begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix}$
- (۴) $\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$

۲۰ خطی که از نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$ می گذرد و شیب آن -۱ است، محور x ها را در نقطه ای با کدام طول قطع می کند؟

- (۱) -۱
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) -۲

۲۱ نمودار دو خط d_1 و d_2 به صورت زیر است. اگر $d_1: y = a_1x + b_1$ و $d_2: y = a_2x + b_2$ باشد، عبارت a_1a_2 و $b_1 + b_2$ همواره کدام است؟



- (۱) $b_1 + b_2 < 0, a_1a_2 > 0$
- (۲) $b_1 + b_2 = 0, a_1a_2 = 0$
- (۳) $b_1 + b_2 > 0, a_1a_2 < 0$
- (۴) $b_1 + b_2 > 0, a_1a_2 = 0$

۲۲ به ازای کدام مقادیر m و n خط $y = -m + mx + 2 - 3nx$ از مبدأ مختصات عبور می کند؟

- (۱) به ازای هیچ مقدر
- (۲) $n \neq \frac{2}{3}, m = -2$
- (۳) $n \neq \frac{2}{3}, m = -\frac{2}{3}$
- (۴) $m = 2$ و n هر مقدری می تواند باشد

فصل ۷: عبارات های گویا

فعالیت

مقدار عددی عبارت $\frac{x+5}{x-3}$ را به ازای عددهای داده شده در جدول زیر به دست آورید:

x	-۲	۷	$\frac{1}{2}$	۰	-۱	-۵
$\frac{x+5}{x-3}$						

به ازای $x=3$ مخرج عبارت گویای $\frac{x+5}{x-3}$ مساوی صفر می شود و همان گونه که از قبل می دانید، $\frac{1}{0}$ به عنوان عدد تعریف نمی شود.

پرای تعیین همه مقادیری که به ازای آن ها یک عبارت گویا تعریف می شود، باید مقادیری از متغیر را حذف کنیم که به ازای آن ها مخرج کسر صفر می شود، به عبارت دیگر این مقادیر را نمی توان به جای متغیر در عبارت جبری قرار داد و حاصل را محاسبه کرد.

مثال

عبارت گویای $\frac{7x^2+1}{(x-1)(x+2)}$ به ازای چه مقادیر از x تعریف نشده است؟

تکمیلی

عبارت گویای $\frac{(x+2)}{(x-1)(x+2)}$ به ازای چه مقادیر از x تعریف نشده است؟

کاردرکلاس

هر یک از عبارات های زیر به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده است؟

الف) $\frac{8x+5}{2}$

د) $\frac{3x}{x^2+4}$

ب) $\frac{7+x}{x}$

هـ) $\frac{x}{x^2-1}$

ج) $\frac{2b+1}{2b-1}$

و) $\frac{a+5}{a^2-5a+6}$

فعالیت

عبارات های گویای زیر را ساده کنید.

الف) $\frac{18y^3}{6 \cdot y^5} =$

هـ) $\frac{b-5}{5-b} =$

ب) $\frac{x^2+6x+9}{x^2+4x+3} =$

ج) $\frac{y^2-9}{3y+9} =$

د) $\frac{8ab^7}{2 \cdot a^2b^3} =$

درس ۱: معرفی و ساده کردن عبارت های گویا

مسئله

طول مستطیلی ۴ سانتی متر از عرض آن بیشتر است. اگر نسبت عرض به طول این مستطیل $\frac{2}{3}$ باشد، طول و عرض آن را به دست آورید.

به طور کلی هر عبارت گویا، کسری است که صورت و مخرج آن چند جمله ای باشد.

عبارات گویا

عبارات های زیر گویا هستند. (چرا؟)

☐ $\frac{2x-5}{5x^3-2x^2+1}$

☐ $-\frac{a}{b}$

☐ $\frac{x+5}{x-1}$

☐ x^3

☐ $\frac{3x+\sqrt{7}}{x^2}$

☐ $\frac{x-3}{4}$

☐ $-\frac{a}{4}$

☐ x^2+2x-7

☐ $\frac{2}{5}$

☐ $\frac{xy^2}{(x-y)^2}$

عبارات های زیر گویا نیستند. (چرا؟)

☐ $\sqrt{xy}$

☐ $|x-y|$

☐ $\frac{\sqrt{x}}{x+y}$

☐ $\frac{1}{\sqrt{x-2}}$

کاردرکلاس

کدام یک از عبارات های زیر گویا است؟

☐ $\frac{7}{x-1}$

☐ $\frac{x\sqrt{y}+1}{x^2}$

☐ $\frac{\sqrt{3}+x}{5}$

☐ $\frac{mn+n^2}{5-n}$

☐ $\frac{x+6}{3}$

☐ $\frac{x-5}{\sqrt{3}+1}$

☐ $\frac{\sqrt{2x}}{25}$

☐ ۱۴

☐ $\frac{ah}{2}$

☐ $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

☐ $\frac{|x|+|y|}{x}$

☐ $\frac{3-a}{2+x}$

فصل ۷: عبارت های گویا

کاردر کلاس ۱

عبارت های گویای زیر را ساده کنید:

الف) $\frac{m^2-16}{4-m}$

ب) $\frac{6m+18}{7m+21}$

ج) $\frac{a^2-5a-14}{a^2+a-2} =$

د) $\frac{x^4-y^4}{y-x} =$

کاردر کلاس ۲

عبارت $\frac{a+ax}{a}$ به دو شکل ساده شده: کدام درست و کدام نادرست است؟

الف) $\frac{a+ax}{a} = a+x$

ب) $\frac{a+ax}{a} = \frac{a(1+x)}{a} = 1+x$

تمرین ۱

برای هر عبارت گویا، مقادیری را به دست آورید که عبارت به ازای آن ها تعریف نشده است.

الف) $\frac{5x}{2ab^2}$

د) $\frac{2x+5}{x}$

ب) $\frac{2y}{y(2y-6)}$

ه) $\frac{x^2-1}{x+5}$

ج) $\frac{2p}{p^2-p-12}$

تمرین ۲

حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید.

الف) $\frac{3-x}{x^2-5x+6} =$

ب) $\frac{4x^2+8x}{12x+24} =$

ج) $\frac{24x^2}{12x^2-6x} =$

د) $\frac{y^3-2y^2-3y}{y^2+y} =$

تمرین ۲

ه) $\frac{1-t^4}{t^2+1} =$

و) $\frac{6a^4b^2}{4ab^8} =$

تمرین ۳

عبارت هایی را که حاصل آن ها ۱ و ۱- است، معلوم کنید.

الف) $\frac{2y+3}{2y-3}$

ج) $\frac{2y+3}{3+2y}$

ب) $\frac{2y-3}{3-2y}$

د) $\frac{2y+3}{-2y-3}$

تمرین ۴

هر یک از عبارت های داده شده در سطر اول را به عبارت مساوی آن در سطر دوم وصل کنید

$\frac{a-2}{a+5}$

$\frac{a+2}{a+5}$

$\frac{2-a}{a+5}$

$\frac{-a-2}{-a-5}$

$\frac{a-2}{-a-5}$

$\frac{2-a}{-a-5}$

تمرین ۵

از عبارت های زیر، هر کدام را که با عبارت $\frac{z(x+y)}{t}$ برابر است، مشخص کنید.

الف) $\frac{z}{t}(x+y)$

ب) $\frac{zx+y}{t}$

ج) $\frac{1}{t} \times z(x+y)$

د) $z \times \frac{x+y}{t}$

ه) $\frac{zx}{t} + \frac{zy}{t}$

و) $\frac{zx}{t} + y$

تمرین ۶

در جای خالی چه عبارتی باید نوشت؟

الف) $\frac{1-z}{z} = \frac{\boxed{}}{z(z^2+1)}$

ب) $\frac{3x}{x-3} = \frac{\boxed{}}{x^2-x-6}$

ج) $\frac{3y+2}{5} = \frac{1}{5}(\boxed{})$

د) $\frac{(x-5)(\boxed{})}{(x-2)(x-5)} = x+1$

فصل ۷: عبارت های گویا

جمع و تفریق عبارت های گویا

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \quad (b \neq 0)$$

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \quad (b, d \neq 0)$$

فعالیت

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید و یک جمع و تفریق عددی مشابه آن ارائه دهید.

$\frac{3x+7}{x+2} + \frac{2x-3}{x+2} =$	$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} =$
---	-------------------------------

(الف)

$\frac{3x+7}{x+2} - \frac{2x-3}{x+2} =$	
---	--

(ب)

$\frac{a^2-20}{a^2-4} + \frac{a-2}{a+2} =$	
--	--

(ج)

$\frac{2}{x+2} - \frac{x-1}{x+4} =$	
-------------------------------------	--

(د)

کاردر کلاس

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

(الف) $\frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x} =$

(ب) $\frac{6}{5x} - \frac{4}{x} =$

(ج) $\frac{2x^2-16}{x^2-4} - \frac{x+4}{x+2} =$

(د) $\frac{7}{x^2-x-2} + \frac{x}{x^2+4x+3} =$

درس ۲: محاسبات عبارت های گویا

ضرب و تقسیم عبارت های گویا

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \quad (b, d \neq 0)$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \quad (b, c, d \neq 0)$$

فعالیت

حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

(الف) $\frac{5xy^3}{8x^2z^2} \times \frac{16z^3}{15y^2} =$

(ب) $\frac{x+3}{x} \times \frac{x^2}{x^2-2x-15} =$

(ج) $\frac{x-6}{x^2-12x+36} \times \frac{x^2-3x-18}{x^2+7x+12} =$

(د) $\frac{4x^2}{3xy} \div \frac{8x}{y^3} =$

(ه) $\frac{a^2-4a-5}{a^2-4a} \div \frac{a^2+3a+2}{a-4} =$

کاردر کلاس

حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

(الف) $\frac{a^2-a-6}{a+3} \times \frac{a+3}{a^2-4} =$

(ب) $\frac{a^2b+ab^2}{a} \times \frac{3ab}{(a+b)^2} =$

(ج) $\frac{x^2+3x+2}{x+2} \div \frac{x+1}{x+5} =$

(د) $\frac{4x^4}{3xy^2} \div \frac{8x}{9y^5} =$

فصل ۷: عبارت های گویا

فعالیت

حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید. (مخرج همه کسرها مخالف صفر فرض شده است).

$$\text{الف) } \frac{1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} =$$

روش اول :

روش دوم :

$$\text{ب) } \frac{\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1}}{\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a}} =$$

روش اول :

روش دوم :

کاردر کلاس

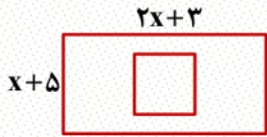
حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید. (مخرج همه کسرها مخالف صفر فرض شده است).

$$\text{الف) } \frac{n - \frac{n^2}{n-m}}{1 + \frac{m^2}{n^2 - m^2}} =$$

$$\text{ب) } \frac{\frac{y}{x+y} - \frac{x}{x-y}}{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}} =$$

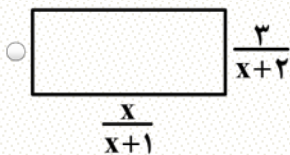
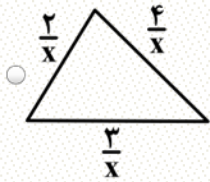
فعالیت

طول ضلع مربع داخل مستطیل، نصف عرض مستطیل است. اگر نسبت مساحت مربع به مساحت مستطیل $\frac{5}{46}$ باشد، طول و عرض مستطیل را به دست آورید.



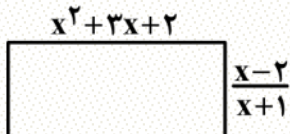
کاردر کلاس ۱

محیط هر شکل را بر حسب x به دست آورید و آن را ساده کنید ($x > 0$)



کاردر کلاس ۲

مساحت مستطیل زیر را بر حسب x به دست آورید ($x > 2$)



تمرین ۱

ضرب و تقسیم های زیر را انجام دهید. (در همه تمرین ها مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است)

$$\text{الف) } \frac{a^2 - 16}{a + 4} \times \frac{a + 2}{a^2 - 8a + 16}$$

$$\text{ب) } \frac{m^2 - 49}{m + 1} \div \frac{7 - m}{m^2 - 1}$$

$$\text{ج) } \frac{x^2 - 4x + 4}{4x^2y - 8xy} \div \frac{x^2 + x - 6}{6x + 18}$$

$$\text{د) } \frac{1 - c^2}{b^3} \times \frac{b^2}{1 - 2c + c^2}$$

فصل ۷: عبارت های گویا

تمرین ۲

جمع و تفریق های زیر را انجام دهید.

الف) $\frac{x}{x^2+y^2} - \frac{y(x-y)^2}{x^2-y^2}$

ب) $\frac{x+y}{ax-bx} + \frac{y+9}{by-ay}$

ج) $\frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}$

د) $\frac{4+x^2-2x}{2+x} - 2-x$

تمرین ۳

فقط یکی از عبارت های گویای زیر قابل ساده شدن است؛ آن را مشخص و ساده کنید.

$$\frac{a^2+5}{a^2}, \frac{a^2+3}{3}, \frac{a^2+b^2}{a}, \frac{a^2-5a}{a}$$

تمرین ۴

از میان عبارت های زیر، هر کدام را که مساوی عبارت $\frac{x}{y}$ است، معلوم کنید.

الف) $\frac{x+3}{y+3}$

د) $\frac{x^3}{y^3}$

ب) $\frac{3-x}{3-y}$

هـ) $\frac{a^3x}{a^3y}$

ج) $\frac{3x}{3y}$

تمرین ۵

عبارت $\frac{-x+3}{x+5}$ با کدام یک از عبارت های زیر برابر است؟

الف) $-\frac{x+3}{x+5}$

ب) $-\frac{x-3}{x+5}$

ج) $\frac{x-3}{x+5}$

د) $-\frac{3-x}{x+5}$

تمرین ۶

کدام یک از عبارت های زیر به درستی ساده شده است؟

الف) $\frac{a+5}{a^2-25} = \frac{a+5}{(a+5)(a-5)} = a-5$

ب) $\frac{a+5}{a^2-25} = \frac{a+5}{(a+5)(a-5)} = \frac{1}{a-5}$

تمرین ۷

اگر $A=a^2-b^2$ و $B=a^2+b^2$ و $C=2ab$ ، حاصل عبارت $\frac{A^2-B^2}{C^2}$ را به دست آورید.

تمرین ۸

کدام یک از تساوی های زیر، درست و کدام یک نادرست است؟ موارد نادرست را اصلاح کنید. (همه عبارت های جبری تعریف شده فرض می شود.)

الف) $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a-b}{ab}$

ب) $\frac{x^{13}}{x^{20}} = x^7$

ج) $\frac{a}{5} - \frac{7-b}{5} = \frac{a-7-b}{5}$

د) $\frac{a-b}{b-a} = 1$

هـ) $\frac{1}{a-b} = \frac{-1}{a+b}$

و) $\frac{a^2-b^2}{a-b} = a+b$

ز) $\frac{ca+cb}{c+cd} =$

ح) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{a}{c}} = \frac{c}{b}$

تمرین ۹

طول مستطیلی از دو برابر عرض آن یک واحد کمتر است. نسبت محیط به مساحت این مستطیل را به صورت یک کسر گویا (عبارت گویا) بنویسید.

فصل ۷: عبارت های گویا

تمرین ۱۰

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید و نتیجه را ساده کنید.

$$\text{الف) } \frac{\frac{a-a^2}{a^2-1}}{\frac{a}{a+1}-a} =$$

$$\text{ب) } \frac{\frac{1}{x-y} - \frac{2}{x+y}}{\frac{x^2-9y^2}{(x-y)^2}} =$$

تمرین ۱۱

دو عبارت گویا بنویسید که:

الف) حاصل ضرب آن ها $\frac{a-2}{a+7}$ شود.

ب) حاصل جمع آن ها $\frac{a-2}{a+7}$ شود.

تمرین ۱۲

عرض مستطیل مقابل را بر حسب x به دست آورید. مساحت مستطیل x^2-9 است.

$$\frac{x^2-x-12}{x-4}$$

$$A = x^2 - 9$$

درس ۳: تقسیم چند جمله ای ها

تقسیم تک جمله ای بر تک جمله ای

$$\bigcirc \frac{14x^5y}{2x^2y^2} =$$

$$\bigcirc \frac{-18a^2xz^4}{27x^6z} =$$

تقسیم چند جمله ای بر تک جمله ای

$$\frac{a+b+c}{d} =$$

$$(a, b, c, d \in \mathbb{Z}, d \neq 0)$$

$$\bigcirc \frac{12x^3-18x+2}{6} =$$

فعالیت

تقسیم های زیر را انجام دهید.

$$\text{الف) } \frac{2a^4+5a^3-8a}{4a^2} =$$

$$\text{ب) } \frac{14x^3yz-6xy+3x^2y^2z^2}{2x^2y^2z} =$$

$$\text{ج) } (8y^3-4y^2+12y) \div (-4y^2) =$$

کاردر کلاس

تقسیم های زیر را انجام دهید.

$$\text{الف) } \frac{-21a^4b^4c}{28ab^6} =$$

$$\text{ب) } \frac{24x^6y-2z+3xyz}{x^2z} =$$

تقسیم چند جمله ای بر چند جمله ای

چند جمله ای $2x^2-7x-15$ را بر چند جمله ای $x-5$ تقسیم کنید.

وقتی باقی مانده صفر باشد، می گوییم مقسوم پر مقسوم علیه بخش پذیر است.

فعالیت ۱

تقسیم های زیر را انجام دهید.

$$\text{الف) } 4x^3-3x^2+x+7 \overline{) x^2-2}$$

باقیمانده این تقسیم چیست؟

$$\text{ب) } x^2-5x-24 \overline{) x-8}$$

فصل ۷: عبارت های گویا

فعالیت ۲

تقسیم زیر را انجام دهید و رابطه تقسیم را بنویسید.

$$10x^4 - 3x^2 + 2x - 19 \div -3 + 2x^2$$

تمرین ۱

ج) $(x^3 - 27) \div (x - 2)$

د) $(3y^2 - 10y - 24) \div (3y - 4)$

هـ) $2x^5 + 5x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 3 \div x + 3$

کاردر کلاس

تقسیم زیر را انجام دهید.

الف) $6x^3 - 19x^2 + 16x - 4 \div 2 - x$

تمرین ۲

خارج قسمت و باقیمانده تقسیم زیر را مشخص کنید و درستی عمل تقسیم را با نوشتن روابط تقسیم نشان دهید.

$-3x^4 + 4x^6 + x^2 + 5 \div 1 - x^3$

ب) $-x^3 - 12 + 8x \div x + 6$

تمرین ۱

تقسیم زیر را انجام دهید.

الف) $\frac{-2x^2y^3z^7}{18xz^5} =$

تمرین ۳

حجم یک جعبه به شکل مکعب مستطیل برابر با $2x^3 + 15x^2 + 28x$ است. اگر ارتفاع این جعبه x و طول آن $x + 4$ باشد، عرض آن را به دست آورید.

ب) $\frac{2a^3y - a^4y^2 + 15xy}{-5y^2} =$

فصل ۷: عبارت های گویا

تمرین ۴

اگر چند جمله ای $a - 10x + 23x^2 + 20x^3$ بر $3x + 4$ بخش پذیر باشد، a را به دست آورید.

تمرین ۵

خارج قسمت و باقیمانده تقسیم عبارت $9x^2 - 9x + 2$ را بر هریک از عبارت های زیر به دست آورید.

☐ $x + 3$

☐ $x - 3$

☐ $2x - 3$

☐ $2x + 3$

سوالات تشریحی

معرفی و ساده کردن عبارت های گویا

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) عبارت $|x - y|$ یک عبارت گویا نیست.

ب) عبارت $\frac{\sqrt{x^4}}{y}$ گویا نمی باشد.

پ) عبارت گویای $\frac{a-2}{a^2-2}$ به ازای $a=2$ تعریف نشده است.

پ) عبارت گویای $\frac{x^2-2}{x^2+2}$ به ازای همه اعداد تعریف شده است.

ت) عبارت $\sqrt{\frac{3xy}{2x}}$ یک عبارت گویا است.

ث) عبارت گویای $\frac{x-2}{x-3}$ به ازای $x=3$ تعریف نشده است.

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) عبارت جبری گویای $\frac{7x^2+1}{(x-1)(x+2)}$ به ازای $x=1$ و تعریف نشده است.

ب) به طور کلی هر عبارت گویا، کسری است که صورت و مخرج آن باشد.

پ) عبارت $\frac{x+\sqrt{2}}{x^3+x}$ به ازای تعریف نشده است.

فعالیت

۳ کدام یک از عبارت های زیر گویا نیست؟ (مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است)

الف) $3x^2$

ب) $\frac{1}{\sqrt{x}}$

ج) $\frac{2x+1}{x^2-1}$

د) 5

۴ کدام یک از عبارت های زیر گویا است؟ (مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است)

الف) $\frac{|m+n|}{n}$

ب) $\frac{mn+m^2}{5-n}$

ج) $\frac{3\sqrt{m}}{m+n}$

د) $\frac{5+mn^2}{\sqrt{lm}}$

۵ کدام یک از عبارت جبری زیر با بقیه متفاوت است؟ (مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است)

الف) $\frac{a-2}{a+5}$

ب) $\frac{-2+a}{5+a}$

ج) $\frac{2-a}{-a-5}$

د) $\frac{-a-2}{-a+5}$

۶ کدام عبارت مساوی ۱ است؟ (مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است.)

الف) $\frac{2x+5}{2x-5}$

ب) $\frac{-2x-5}{5-2x}$

ج) $\frac{2x+5}{-2x-5}$

د) $\frac{2x+5}{2x+5}$

۷ کدام عبارت مساوی -1 است؟ (مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است.)

الف) $\frac{2y-5}{5-2y}$

ب) $\frac{3x+7}{3x-7}$

ج) $\frac{6x-1}{-1-6x}$

د) $\frac{6y+5}{5+6y}$

۸ کدام یک از عبارت های زیر را می توان ساده نمود؟

الف) $\frac{x^2+5}{x}$

ب) $\frac{x+5}{x}$

ج) $\frac{x^2+5}{x^2}$

د) $\frac{x^2+5x}{x}$

فصل ۷: عبارت های گویا

سؤالات تشریحی

۹ کدام یک از عبارت های زیر گویا هستند؟

☐ $\frac{2+x}{\sqrt{x}}$
☐ $\frac{\frac{1}{x}+1}{x}$
☐ $\frac{\sqrt{3+x}}{x^2+1}$

۱۰ هر یک از عبارت های گویای زیر به ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است:

الف) $\frac{x^2+x}{2x-16}$
 ب) $\frac{x^2-1}{x+5}$
 ج) $\frac{4x}{2x-12}$
 د) $\frac{2y}{y(2y-6)}$

۱۱ عبارت های زیر را به ساده ترین روش ممکن بنویسید. (مخرج تمام کسرها مخالف صفر می باشد.)

☐ $\frac{-5x^3y^2}{10x^2y^4} =$
☐ $\frac{24x^2}{12x^2-6x} =$
☐ $\frac{a^2+7a+6}{a^2-36} =$

۱۲ هر یک از عبارت های گویای داده شده در ستون سمت چپ را به عبارت مساوی در ستون سمت راست وصل کنید. (یک عبارت در سمت راست اضافه است.)

ستون سمت راست	ستون سمت چپ
$\frac{4-x}{-4-x}$	$\frac{x-4}{x+4}$
$\frac{x+4}{-4+x}$	$\frac{x-4}{4-x}$
۱	$-\frac{x+4}{4-x}$
-۱	

محاسبات عبارت های گویا

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) ساده شده عبارت $\frac{a^2}{a-b} - \frac{b^2}{a-b}$ برابر با $a+b$ است.

ب) حاصل عبارت $\frac{x+4}{3x^2-12x} \div \frac{x^2+8x+16}{x^2-4x}$ برابر با $3(x+4)$ است.

۱ پ) حاصل عبارت $\frac{2x}{x-2} - \frac{4x-1}{x-2}$ برابر با $\frac{-2x+1}{x-2}$ است.

ت) حاصل $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ برابر با $\frac{a-b}{ab}$ می باشد.

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) اگر اضلاع مثلثی $\frac{2}{x}$ و $\frac{3}{x}$ و $\frac{4}{x}$ باشد، محیط آن است.

ب) حاصل ضرب دو عبارت $\frac{a-3}{a+1}$ شده است. آن دو عبارت $\frac{1}{a+1}$ و هستند.

پ) حاصل عبارت $\frac{2}{x} + \frac{5y}{3x}$ برابر است با:

ت) حاصل عبارت $\frac{5y^3}{3xz} \div \frac{10y^5}{9z^4}$ برابر است با:

۳ حاصل عبارت $\frac{1}{x+2} + \frac{3}{(x-1)(x+2)}$ کدام گزینه است؟

الف) $x-1$ ب) $\frac{1}{x-1}$

ج) $x+2$ د) $\frac{1}{x+2}$

۴ حاصل عبارت $\frac{x-1}{x^2-4x+3} \times \frac{x^2-9}{x}$ کدام گزینه است؟

الف) $\frac{x+3}{x}$ ب) $\frac{x-1}{x}$

ج) $\frac{x+2}{x}$ د) $\frac{x-3}{x}$

۵ ساده شده عبارت $\frac{x^2-x-6}{x+3} \times \frac{x+3}{x^2-4}$ کدام است؟

الف) $\frac{x+3}{x-2}$ ب) $\frac{x-3}{x-2}$

ج) $\frac{x+2}{x-3}$ د) $\frac{x-2}{x+3}$

۶ در حل زیر چه قسمتی نادرست است؟ آن را اصلاح کنید.

$$\frac{x}{2} - \frac{4x-1}{2} = \frac{x-4x-1}{2} = \frac{-3x-1}{2}$$

۷ دو عبارت گویا بنویسید که حاصل جمع آن ها $\frac{a-3}{a+5}$ شود.

۸ جمع و تفریق های زیر را انجام دهید. (مخرج تمام کسرها مخالف صفر می باشد).

- $\frac{6}{x} + \frac{4}{-x} =$
- $\frac{3}{x} - \frac{4}{2x} + \frac{5}{6x} =$
- $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} =$
- $\frac{3x-4}{5-x} - \frac{5x-2}{x-5} =$
- $\frac{2x+7}{x-2} - \frac{2x-3}{2-x} =$
- $1 + \frac{m}{n-m} =$
- $\frac{5}{x(x+1)} - \frac{3x}{x+1} =$
- $\frac{x}{x+3} - \frac{x^2}{x^2-9} =$
- $\frac{3}{a+1} + \frac{2a}{a^2+4a+3} =$

۹ ضرب و تقسیم های زیر را انجام دهید. (مخرج تمام کسرها مخالف صفر می باشد).

- $\frac{4x^2}{3xy} \div \frac{8x}{y^3} =$
- $\frac{a^2+5a+6}{a-1} \div \frac{a+3}{a-1} =$
- $\frac{x^2+4x+3}{x+5} \times \frac{x^2-25}{x+1} =$
- $\frac{5x^2-25x}{x^2-7x+10} \times \frac{x^2-4}{15x^2} =$
- $\frac{m^2-36}{m^2+6m+9} \div \frac{6+m}{m+3} =$
- $\frac{a^2-a-6}{a+3} \div \frac{a^2-9}{a^2+6a+9} =$

۱۰ مساحت مستطیلی به ابعاد $\frac{x^2-1}{x+3}$ و $\frac{x+3}{x+1}$ را به دست آورید.
($x \neq -3, x \neq -1$)

۱۱ اگر $A = \frac{4x}{3x-12}$ و $B = \frac{x}{x^2-16}$ باشد: $A \div B$ و $A+B$ را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

۱۲ حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین صورت بنویسید (مخرج کسرها مخالف صفر است)

○ $\frac{\frac{2}{x} + 2}{\frac{5}{x^2} - \frac{1}{x}} =$

○ $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} =$

تقسیم چند جمله ای ها

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) خارج قسمت تقسیم $(x^2-7x+9) \div (x-3)$ برابر با $x-4$ است.

ب) باقیمانده تقسیم $(3x^2+14x+17) \div (x+3)$ برابر با -3 است.

پ) عبارت $3x^2-8x-11$ بر $3x-11$ بخش پذیر است.

ت) در تقسیم $5x^2-7x-6$ بر $x-3$ مقدار دو جمله ای خارج قسمت به ازای $x=-1$ برابر با ۳ است.

۲ جملهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) دو چند جمله ای در صورتی بر هم بخش پذیر هستند که باقی مانده تقسیم

ب) اگر در یک تقسیم، مقسوم علیه $x-1$ و خارج قسمت $5x+8$ و باقی مانده ۱

باشد مقسوم برابر است با _____

فصل ۷: عبارت های گویا

سؤالات تشریحی

۳ خارج قسمت تقسیم $(x^2 - 5x + 24) \div (x - 8)$ کدام گزینه است؟

الف) $x - 1$ ب) $x + 3$

ج) $x - 2$ د) $x - 4$

۴ باقیمانده تقسیم $(3x^2 - 2x + 1) \div (x - 1)$ کدام گزینه است؟

الف) ۱ ب) ۲

ج) ۳ د) ۴

۵ در صورتی که مقسوم علیه $x + 2$ و خارج قسمت $5 - 2x$ و باقیمانده ۱۵ باشد،

مقسوم کدام است؟

الف) $3x^2 - 4x + 2$ ب) $2x^2 - x + 5$

ج) $2x^2 - 3x - 2$ د) $x^2 - 3x + 5$

۶ به ازای چه مقدار m عبارت $m + 5 - 8x + 3x^2$ بر $x + 2$ بخش پذیر است؟

الف) ۹ ب) ۱

ج) -۱ د) -۹

۷ تقسیم های زیر را انجام دهید.

$$x + 4 \overline{) -x^3 + 8x - 12}$$

$$x - 2 \overline{) 4x - x^2 + 7 + 2x^2}$$

$$2x - 3 \overline{) 2x^2 - 9x + 5}$$

۸ مقدار m را طوری تعیین کنید که عبارت $m + 3 - 7x + x^2$ بر $x - 2$

بخش پذیر باشد.

۹ حجم جعبه به شکل مکعب مستطیل $x^3 - x^2 - 2x$ است. اگر طول این جعبه x و عرض آن $x - 2$ باشد. ارتفاع جعبه چقدر است؟

سؤالات چهار گزینه ای

۱ چه تعداد از عبارات زیر عبارت گویاست؟

الف) $\frac{|xy|}{x+1}$ ب) $\frac{3\sqrt{2}}{x^2}$ ج) $\frac{\sqrt{x+y}}{x+1}$ د) $\frac{y^2}{x+3}$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲ عبارت گویای $\frac{3x+1}{x+2} \div \frac{(x+1)(x-3)}{(x+1)(x-3)}$ به ازای چند مقدار از x تعریف نشده است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳ مقدار کدام یک از گزینه های تعریف شده زیر همواره عددی ثابت است؟

۱) $\frac{4y+3}{8y-6}$ ۲) $\frac{3+2y}{y^2+8y+9}$

۳) $\frac{3+2y}{9+8y}$ ۴) $\frac{3-2y}{6y-9}$

۴ اگر داشته باشیم $\frac{1}{(x+1)(3x-1)} = \frac{1}{x-4} + \frac{A}{x+2}$ ، مقدار A کدام است؟

۱) $-\frac{2}{3}$ ۲) $x-1$ ۳) $\frac{1}{x-1}$ ۴) $-\frac{3}{2}$

۵ حاصل $\frac{a^2-c^2-2bc-b^2}{a^2-c^2+b^2+2ab} \times \frac{c-a-b}{a-b-c}$ کدام است؟

۱) $a+b+c$ ۲) $a+b+c$

۳) -1 ۴) $-a-b-c$

۶ حاصل عبارت $A = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{2x+6} - \frac{x}{x^2-9}$ چند برابر معکوس عبارت $(x-3)$

است؟ ($x \neq 3, -3$)

۱) ۲ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

سؤالات چهارگزینه ای

۷ حاصل عبارت تعریف شده $\frac{(x^4y^4-4)}{(2xy-x^3y^3)} \times \frac{x^2y^2}{(x^2y^2+2)}$ کدام است؟

- (۱) $-xy$ (۲) xy (۳) x^2y^2 (۴) $-x^2y^2$

۸ حاصل عبارت $A = \frac{a^3-a^2-6a}{a^2+3a} \div \frac{a^2-4}{a+3}$ کدام است؟ (همه عبارت تعریف شده اند)

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{a-3}{a-2}$ (۴) $\frac{a+3}{a-2}$

۹ به ازای کدام مقدار m حاصل دو عبارت گویای $\frac{4m+1}{2m+3}$ و $\frac{2m-1}{m+2}$ برابر است؟ (عبارت تعریف شده اند)

- (۱) -1 (۲) 1 (۳) $-\frac{6}{5}$ (۴) $\frac{6}{5}$

۱۰ از تساوی های تعریف شده $\frac{1}{2t} = \frac{b}{2t^3+2t}$ و $\frac{t-1}{t} = \frac{a}{t^2+t}$ حاصل $a \times b$ همواره کدام است؟

- (۱) $-1-t^4$ (۲) t^4-1 (۳) $1-t^4$ (۴) $1+t^4$

۱۱ اگر $A=a+b$ و $B=a-b$ باشد، $\frac{A^2-B^2}{A^2+B^2}$ همواره کدام است؟ (عبارت همگی تعریف شده اند)

- (۱) $\frac{2ab}{a^2+b^2}$ (۲) $\frac{2ab}{a+b}$ (۳) $\frac{ab}{a^2+b^2}$ (۴) $\frac{ab}{2(a+b)}$

۱۲ اگر $x - \frac{1}{x} = 3$ باشد، حاصل $(x^2 + \frac{1}{x^2}) \div (x^4 + \frac{1}{x^4})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{119}$ (۲) $\frac{7}{47}$ (۳) $\frac{11}{117}$ (۴) $\frac{7}{45}$

۱۳ کدام یک از عبارت زیر پس از ساده شدن، بر عبارت $(x+2)$ بخش پذیر است؟ (همه عبارت تعریف شده اند)

- (۱) $\frac{x^2+2x-15}{x-3}$ (۲) $\frac{x^2+6x+8}{x+4}$ (۳) $\frac{x^2-16}{x-4}$ (۴) $\frac{x^2-4}{x+2}$

۱۴ باقی مانده تقسیم عبارت $\frac{7}{3}x^4 + 4x^3 - 7x^2 - \frac{7}{3}$ بر $(x-1)$ کدام است؟

- (۱) 3 (۲) -3 (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۱۵ کدام عدد برای مقدار k ممکن است تا عبارت $2x^5 + 3kx^2 - 2 - 6x^3 - x^3 - 1$ بخش پذیر باشد؟

- (۱) -2 (۲) 1 (۳) -1 (۴) 2

۱۶ در تقسیم عبارت $x(2x^2 - 5x + 1)$ بر دو جمله ای $2x+1$ مجموع ضرایب در خارج قسمت آن کدام است؟

- (۱) -1 (۲) صفر (۳) 1 (۴) 2

۱۷ خارج قسمت تقسیم روه به روه ازای آن که مقدار x برابر مقدار باقی مانده باشد، کدام گزینه خواهد بود؟

- (۱) 53 (۲) 54 (۳) 55 (۴) 56

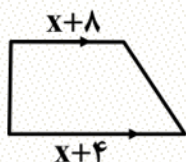
۱۸ اگر چندجمله ای $x^3 - 2ax^2 + bx + 12$ بر $x^2 - 3x + 2$ بخش پذیر باشد، مقدار a ، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۱۹ اگر خارج قسمت تقسیم $x^2 - 2x + a$ بر $(x+b)$ برابر $x+1$ و باقی مانده این تقسیم برابر 3 باشد، حاصل $a-b$ کدام است؟

- (۱) 3 (۲) -3 (۳) 2 (۴) -2

۲۰ مساحت دوزنقه زیر برابر $x^2 + 10x + 24$ است. ارتفاع آن کدام است؟



- (۱) $x+4$ (۲) $x+2$ (۳) $x+6$ (۴) $x+8$

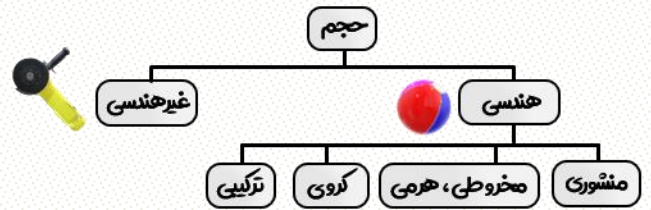
۲۱ اگر مساحت یک لوزی $2 + 3x^6 + 6x^2 + x^4$ واحد مربع و اندازه قطر بزرگ آن $2x^4 + 4$ واحد باشد، اندازه قطر کوچک آن همواره چند واحد است؟

- (۱) $2x^2+1$ (۲) $3x^2-1$ (۳) $2x^2+1$ (۴) $2x^2-1$

فصل ۸: حجم و مساحت

درس ۱: حجم و مساحت کره

حجم



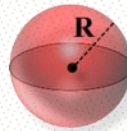
فعالیت ۱

دایره (یک شکل هندسی مسطح):



دایره، مجموعه نقطه‌ای از صفحه است که همه آن نقطه‌ها از یک نقطه در همان صفحه به نام مرکز به یک فاصله ثابت و مشخص هستند. به این اندازه ثابت، شعاع دایره می‌گوییم.

با توجه به این تعریف در قسمت زیر، کره را به عنوان یک شکل هندسی فضایی تعریف کنید.



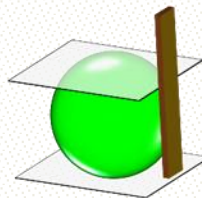
کره مجموعه نقطه‌ای از فضا است که فاصله آن‌ها از یک نقطه ثابت به نام مرکز به یک اندازه هستند. به این اندازه، شعاع می‌گوییم.

فعالیت ۲

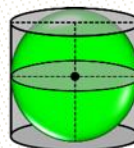
کارهای زیر را انجام دهید تا در انتهای فعالیت، راه محاسبه حجم کره را پیدا کنیم.

○ یک توپ پلاستیکی به شکل کره تهیه کنید.

○ مانند شکل مقابل با قرار دادن دو سطح صاف موازی، قطر کره را اندازه بگیرید.



○ مانند شکل مقابل به کمک طلق، یک استوانه درست کنید، به طوری که توپ کروی به طور کامل درون آن قرار گیرد و از اطراف، بالا و پایین بر آن مماس شود.



در این حالت می‌گوییم کره در استوانه محاط شده و استوانه نیز بر کره محیط شده است. اگر شعاع کره R باشد، ارتفاع استوانه و شعاع قاعده آن را بر حسب R نشان دهید.

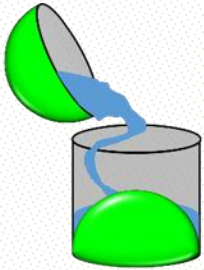
ارتفاع استوانه:

شعاع قاعده استوانه:

حجم استوانه:

فعالیت ۲

توپ را از استوانه خارج کنید و با دقت آن را ببرید تا به دو نیم کره مساوی تبدیل شود. مانند شکل مقابل، یکی از نیم کره‌ها را داخل استوانه بگذارید و نیم کره دیگر را از آب پر و در استوانه خالی کنید.



اگر این کار را با دقت انجام دهید و استوانه را خوب آب بندی کرده باشید که آبی از آن خارج نشود، با دو نیم کره، فضای باقیمانده پر از آب می‌شود.

الف) حجم استوانه، چند برابر حجم نیم کره است؟

ب) حجم استوانه چند برابر حجم کره است؟

ج) بنابراین حجم کره برابر حجم استوانه است.

د) $\text{حجم کره} =$

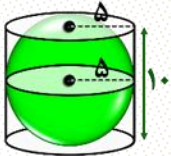
کاردر کلاس ۱

کره ای در استوانه ای به قطر قاعده و ارتفاع ۱۰ سانتی متر محاط شده است.

الف) حجم کره را به دست آورید.

ب) حجم استوانه را به دست آورید.

ج) حجم فضای بین کره و استوانه را بیابید.



کاردر کلاس ۲

حجم نیم کره ای به شعاع ۱۰ سانتی متر را به دست آورید.



فعالیت

مانند شکل مقابل، نیم کره ای را که از نصف کردن توپ پلاستیکی به دست آوردید، روی یک صفحه کاغذ قرار دهید و دوبار روی کاغذ، دایره رسم کنید طوری که نیم کره بتواند روی این دایره‌ها قرار گیرد و آن را بپوشاند.

این دو دایره کاغذی را هر طور که دوست دارید، برش بزنید و کاغذهای بریده شده را روی سطح نیم کره بچسبانید. مراقب باشید تا حد امکان، کاغذها روی هم قرار نگیرند و سطح نیم کره نیز دیده نشود.



آیا توانستید تمام سطح (رویه) نیم کره را با این دو دایره بپوشانید؟

دربارۀ مشکلات این کار و تقریبی بودن آن و راه های افزایش دقت این کار با یکدیگر گفت و گو کنید.

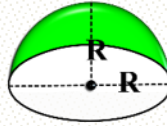
فصل ۸: حجم و مساحت

فعالیت

ثابت می‌شود که مساحت روبه نیم کره به شعاع R ، دو برابر مساحت دایره ای است که نیم کره روی آن ایستاده است (قاعده نیم کره).

الف) پس مساحت روبه نیم کره برابر است با:

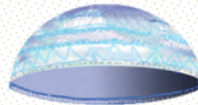
ب) در نتیجه مساحت کره به شعاع R برابر است با:



$$S = 4\pi R^2 \quad \text{مساحت یک کره به شعاع } R \text{ برابر است با:}$$

کاردر کلاس ۱

مساحت یک کلاه (عرق چین) به شکل روبه نیم کره به شعاع ۱۰ سانتی متر را پیدا کنید.



کاردر کلاس ۲

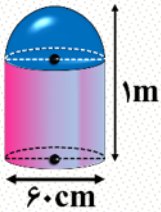
می‌خواهیم یک نیم کره چوبی توپر به شعاع ۱۰ سانتی متر را رنگ کنیم. مساحت کل قسمت رنگ شده را پیدا کنید.



بین محاسبه مساحت کل نیم کره چوبی توپر و مساحت روبه یک عرق چین چه تفاوتی هست؟

تمرین ۲

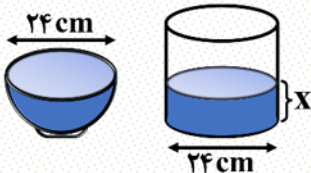
یک استوانه (کپسول) گاز از قرار گرفتن یک نیمکره روی یک استوانه به صورت مقابل درست شده است. اگر قطر دایره قاعده استوانه ۶۰ سانتی متر و ارتفاع آن یک متر باشد، حجم استوانه را بر حسب مترمکعب به دست آورید.



اگر بخواهیم سطح کل این استوانه را رنگ کنیم، چند کیلوگرم رنگ لازم است، به شرط این که رنگ آمیزی هر مترمربع به ۱۰۰ گرم رنگ نیاز داشته باشد؟
(دانش آموز عزیزم عدد به دست آمده بر حسب گرم را به کیلوگرم تبدیل کن)

تمرین ۳

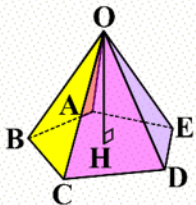
پیمانه ای به شکل نیمکره و به قطر دهانه ۲۴ سانتی متر را از آب پر و آب آن را در لیوانی استوانه ای شکل با همان قطر خالی می‌کنیم؛ آب در لیوان تا چه ارتفاعی بالا می‌آید؟



درس ۲: حجم هرم و مخروط

هرم

یکی دیگر از حجم های هندسی، حجم هرمی است. به طور حتم نام اهرام مصر را شنیده اید. نمونه دیگری از شکل های هرمی را نام ببرید.



● یک شکل فضایی

● قاعده (وجه زیرین، یک چند ضلعی)

● وجه جانبی (سطح هایی که روی تمام محیط چند ضلعی قاعده قرار دارد.)

● تعداد وجه ها :

● رأس (نقطه ای که وجه های جانبی در آن متقاطع اند)

تمرین ۱

قطر تقریبی کره زمین حدود ۱۲۸۰۰ کیلومتر است.

الف) قطر و شعاع کره زمین را بر حسب کیلومتر با نماد علمی بنویسید.

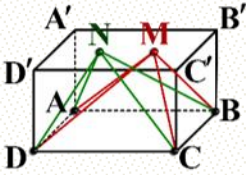
ب) مساحت تقریبی روبه (سطح) کره زمین را بر حسب کیلومتر مربع با نماد علمی بنویسید.

ج) مساحت کشور جمهوری اسلامی ایران حدود ۱/۶۴۸/۰۰۰ کیلومتر مربع است. مساحت ایران چه کسری از مساحت کره زمین است؟ این نسبت را با درصد نشان دهید.

فصل ۸: حجم و مساحت

کاردر کلاس

در شکل زیر، $ABCD$ یک وجه یک مکعب مستطیل و M و N دو نقطه دلخواه روی وجه مقابل $(A'B'C'D')$ است.

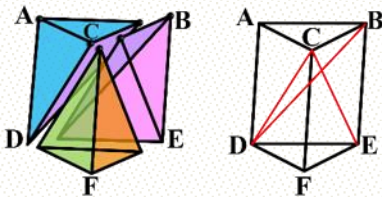


چرا هرم های $MABCD$ و $NABCD$ دارای حجم های یکسان است؟

به این ترتیب چند هرم می توان ساخت که با هرم های بالا حجم یکسان داشته باشند؟

فعالیت

در شکل زیر، منشوری با دو قاعده ABC و DEF را می بینید.



با پاسخ دادن به سؤالات زیر، نشان دهید که این سه هرم، حجم های برابر دارد و از آن جابجیه بگیرید که حجم هر یک از آن ها، یک سوم حجم منشور است.

① چهار ضلعی $ABCD$ ، چه نوع چهار ضلعی است؟
چرا مثلث های ABD و BDE هم مساحت اند؟

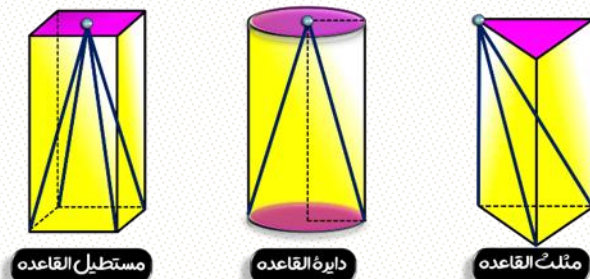
② چرا هرم های $CBED$ و $CBAD$ دارای حجم های برابرند؟

③ چرا مثلث های DEF و ABC هم مساحت اند؟

④ چرا هرم های $CDEF$ و $DABC$ دارای حجم های برابرند؟

⑤ با توجه به پاسخ سؤال های (۲) و (۴) چه نتیجه ای می گیریم؟

ایجاد هرم در منشور

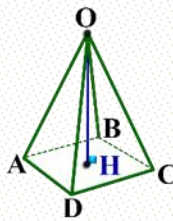


$$S = \frac{1}{3} Sh \quad \text{حجم هر هرم با مساحت قاعده } S \text{ و ارتفاع } h \text{ برابر است؛}$$

فعالیت ۱

اگر چند ضلعی قاعده، یک چند ضلعی منتظم باشد و وجه های جانبی با هم، هم نهشت باشند، هرم را منتظم می گوئیم. در این صورت اگر قاعده، مرکز تقارن داشته باشد،

پای ارتفاع (نقطه برخورد ارتفاع و قاعده) روی مرکز تقارن می افتد.
در هرم منتظم مقابل:



نام رأس:

شکل قاعده:

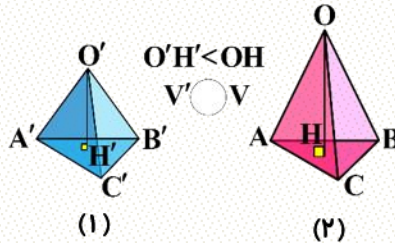
ارتفاع:

تعداد وجه ها:

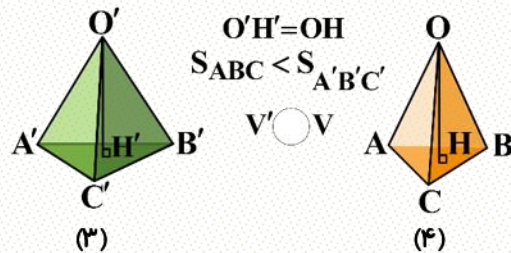
شکل وجه های جانبی:

فعالیت ۲

الف) با توجه به شکل ها و اطلاعات داده شده به نظر شما حجم کدام هرم بیشتر است؟
در شکل های (۱) و (۲) مثلث های قاعده هم نهشت اند.



در شکل های (۳) و (۴) ارتفاع ها برابر است.



ب) به نظر شما حجم هرم به چه مقادیری وابسته است؟

ج) برای محاسبه مساحت مثلث از چه مقادیری استفاده می کردید؟ برای محاسبه حجم هرم چه حدسی می زنید؟

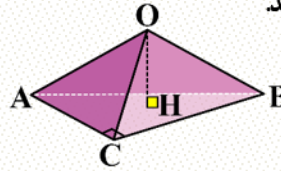
د) اگر دو هرم دارای قاعده های با مساحت مساوی و ارتفاع های مساوی باشند، درباره حجم های آن ها چه می توانید بگوئید؟

اگر دو هرم دارای قاعده های هم مساحت و ارتفاع های مساوی باشند، حجم های آن ها هم برابر است.

فصل ۸: حجم و مساحت

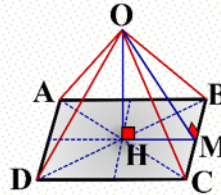
کاردر کلاس

در هرم $OABC$ ، $AC=6\text{ cm}$ و $BC=10\text{ cm}$ و $\angle ACB=90^\circ$ و OH ارتفاع هرم مساوی 5 cm است. حجم هرم را به دست آورید.



فعالیت ۱

در شکل زیر، هرم منتظم با قاعده مربع، رسم شده که وجه های جانبی آن همگی مثلث هایی متساوی الساقین و طول ساق های آن ها 10 cm و M وسط BC است.



الف) پاره خط OM در مثلث OBC چه خواصی دارد؟

ب) مثلث OBM چه نوع مثلثی است؟

ج) اگر طول ضلع قاعده، 12 cm باشد، به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث OBM طول OM را حساب کنید.

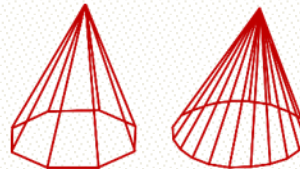
د) مثلث OMH چه نوع مثلثی است؟ طول MH چقدر است؟

هـ) به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث OMH ، طول OH را به دست آورید.

و) حجم هرم $OABCD$ را به دست آورید.

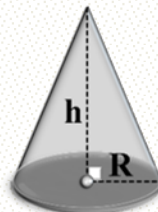
فعالیت ۲

هرم منتظمی را در نظر بگیرید که قاعده آن یک چند ضلعی منتظم باشد. مانند مربع، پنج ضلعی منتظم، شش ضلعی منتظم و... حال تعداد ضلع های این چند ضلعی را بیشتر و بیشتر کنید؛ چند ضلعی فوق به چه شکلی نزدیک می شود؟ هرم به چه شکلی نزدیک می شود؟



حجم مخروط

مخروط، شکلی شبیه هرم منتظم است که قاعده آن به شکل دایره و پای ارتفاع مخروط مرکز این دایره است.



کاردر کلاس

علی با قسمتی از دایره ای به شعاع 10 cm ، مخروطی به قطر قاعده 12 cm ساخته است. حجم این مخروط را به دست آورید.



تمرین ۱

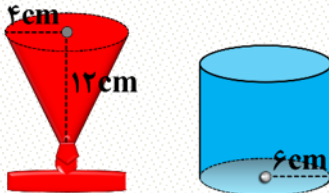
حجم هرمی را به دست آورید که قاعده آن مستطیلی به ابعاد 6 و 5 سانتی متر و ارتفاع آن 10 سانتی متر باشد.

تمرین ۲

حجم هرمی با قاعده مربع را به دست آورید که ضلع قاعده آن 4 cm باشد و وجه های جانبی آن مثلث های متساوی الساقینی به ساق های 8 cm باشد.

تمرین ۳

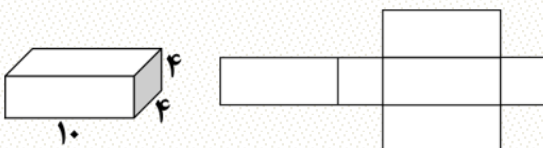
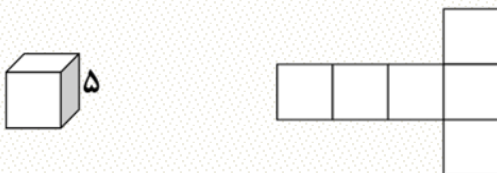
ظرفی به شکل مخروط با شعاع دهانه 4 cm و به ارتفاع 12 cm را از آب پر می کنیم و در لیوانی استوانه ای شکل، که شعاع قاعده آن 6 cm است، خالی می کنیم؛ آب تا چه ارتفاعی در لیوان بالا می آید؟



درس ۳: سطح و حجم

فعالیت ۱

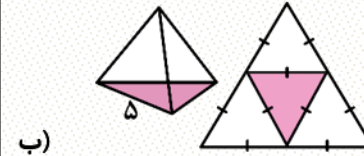
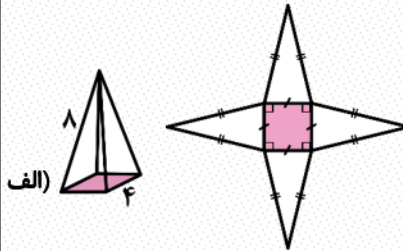
با توجه به اندازه های ابعاد مکعب و مکعب مستطیل، اندازه ضلع ها را در گسترده هر کدام مشخص کنید.



فصل ۸: حجم و مساحت

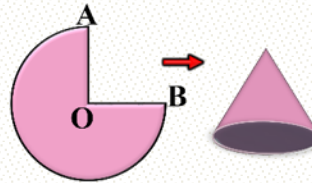
فعالیت ۲

مساحت گسترده هر یک از هرم ها را با توجه به اندازه های روی هر هرم محاسبه کنید.



فعالیت ۳

با $\frac{3}{4}$ دایره ای به شعاع ۱۰ سانتی متر یک سطح مخروطی شکل درست کرده ایم؛ طول کمان AB چقدر است؟

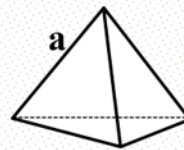


○ چه رابطه ای بین طول کمان AB و محیط دایره قاعده مخروط وجود دارد؟

○ شعاع قاعده مخروط را پیدا کنید.

کاردرکلاس ۱

مساحت کل هرم منتظم مقابل را به دست آورید. طول همه یال های آن a است.



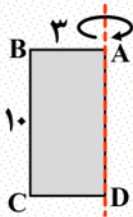
کاردرکلاس ۲

با توجه به اندازه های داده شده، گسترده هرم را رسم کنید و مساحت جانبی آن را به دست آورید.



فعالیت ۱

با دوران دادن یک مستطیل حول ضلع آن چه حجمی به دست می آید؟



شعاع قاعده شکل حاصل:

ارتفاع شکل حاصل:

حجم شکل حاصل را پیدا کنید.

فعالیت ۲

اگر مثلث قائم الزویه را حول ضلع مشخص شده در شکل، دوران دهیم، چه شکلی به دست می آید؟ حجم آن را پیدا کنید.

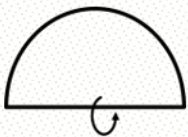
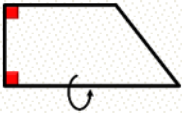


شعاع قاعده شکل حاصل:

ارتفاع شکل حاصل:

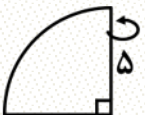
فعالیت ۳

در هر شکل با توجه به محور دوران، که در هر یک مشخص شده است، شکل حجم حاصل را توصیف کنید.



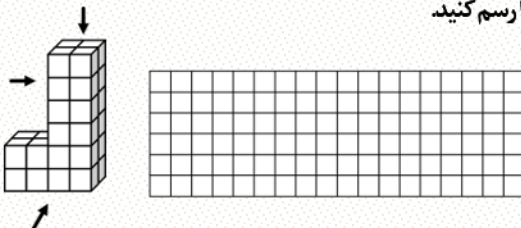
کاردرکلاس

حجم حاصل از دوران یک ربع دایره به شعاع ۵ cm را حول شعاع آن پیدا کنید.



فعالیت ۱

با توجه به حجم زیر، در صفحه شطرنجی زیر سطح دیده شده از جهت های مشخص شده را رسم کنید.



فصل ۸: حجم و مساحت

فعالیت ۲

اگر هر کدام از هرم های منتظم زیر را از بالا نگاه کنیم، چه شکلی دیده می شود؟

الف) هرم منتظم با قاعده مثلث

ب) هرم منتظم با قاعده مربع

ج) هرم منتظم با قاعده شش ضلعی

فعالیت ۳

کره مقابل با یک صفحه بریده شده است. سطح بریده شده چه شکلی دارد؟ در چه صورت این شکل بیشترین مساحت را دارد؟



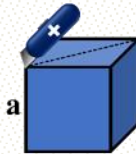
فعالیت ۴

در شکل مقابل، چه کسری از حجم کره برداشته شده است؟



کاردر کلاس

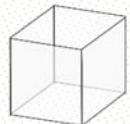
یک اسفنج مکعب شکل به ضلع a را مانند شکل مقابل بریده ایم. سطح بریده شده به چه شکلی است؟ اندازه ضلع های آن را پیدا کنید.



تمرین ۱

حجم و سطح کل شکل های زیر را پیدا و با هم مقایسه کنید.
در هر مورد، نسبت حجم به سطح $(\frac{V}{S})$ را به دست آورید.

○ مکعب به ضلع a



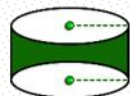
$V =$
 $S =$

○ کره به شعاع a



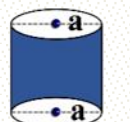
$V =$
 $S =$

○ استوانه به ارتفاع و شعاع قاعده a



$V =$
 $S =$

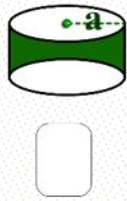
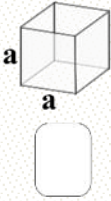
○ استوانه به ارتفاع و قطر قاعده a



$V =$
 $S =$

تمرین ۱

در کدام شکل نسبت $(\frac{V}{S})$ بزرگ تر است؟



تمرین ۲

از یک مقوا به ضلع a گوشه های مربع شکل به ضلع x را بریده و با سطح باقیمانده یک جعبه مکعب مستطیل شکل درست کرده ایم.

چه رابطه ای باید بین a و x باشد تا بتوان چهار کره را به شعاع x داخل این جعبه جای داد به طوری که هر کره به کره مجاورش و به دیواره جعبه مماس باشد؟

سؤالات تشریحی

حجم و مساحت کره

۱) کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) اگر کره ای در استوانه ای محاط باشد حجم استوانه دو برابر حجم کره است.

ب) استوانه جزء اجسام منشوری است.

پ) مساحت یک کره جغرافیایی به شعاع 10 سانتی متر برابر است با 400π

ت) حجم کره ای به قطر 10 سانتی متر برابر است با $\frac{4000\pi}{3}$.

۲) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) کره مجموعه از فضا است مرکز هستند، به این اندازه ثابت می گوئیم.

ب) مساحت یک کره به شعاع r برابر است.

پ) حجم یک کره به شعاع r برابر است.

ت) حجم نیم کره به شعاع r برابر است با:

ث) اگر شعاع کره ای را دو برابر کنیم، مساحت آن برابر می شود.

۳) اگر کره ای در استوانه محاط شده باشد، قطر کره همواره با کدام یک از گزینه های زیر مساوی نمی باشد؟

ب) قطر قاعده استوانه

الف) ارتفاع استوانه

د) نصف مساحت جانبی استوانه

ج) فاصله دو قاعده استوانه

فصل ۸: حجم و مساحت

سؤالات تشریحی

۴ در چه صورت حجم کره با مساحت آن برابر می باشد؟

الف) $r=3$ ب) $r=4$

ج) $r=5$ د) $r=6$

۵ حجم نیم کره با شعاع ۶ سانتی متر برابر با کدام گزینه است؟

الف) 288π ب) 12π

ج) 144π د) 24π

۶ اگر شعاع کره را سه برابر کنیم حجم آن چند برابر می شود؟

الف) ۳ ب) ۶

ج) ۹ د) ۲۷

۷ مساحت رویه نیم کره ای به شعاع ۲ سانتی متر چقدر است؟



۸ مساحت و حجم کره ای را به دست آورید که شعاع آن ۶ سانتی متر باشد.



۹ شعاع تقریبی یک گلبول قرمز 3×10^{-7} میلی متر است. حجم گلبول قرمز را به دست آورید.

۱۰ مساحت کل یک نیم کره توپر فولادی به شعاع ۱۰ سانتی متر را به دست آورید. ($\pi \approx 3$)

۱۱ اگر مساحت کره ای 100π باشد، شعاع آن چقدر است؟

۱۲ مساحت کره ای برابر 144π سانتی متر مربع است. حجم این کره را بر حسب π به دست آورید.

۱۳ در کره ای به شعاع a ، نسبت حجم کره به سطح کل $(\frac{V}{S})$ را به دست آورید. (نوشتن فرمول الزامی است)

حجم هرم و مخروط

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) اگر قاعده های دو هرم هم مساحت باشند، حجم آن ها مساوی است.

ب) هرم، دو قاعده برابر به شکل دایره دارد.

پ) اگر دو هرم دارای قاعده ای هم مساحت و ارتفاع های مساوی باشند، حجم آن ها با هم برابر است.

ت) وجه های جانبی هرم به شکل مثلث است.

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) هرم با قاعده مربع وجه دارد.

ب) وجه زیرین هرم را گویند.

پ) حجم هرمی که قاعده آن یک لوزی به قطرهای ۶ و ۵ سانتی متر و ارتفاع هرم ۸ سانتی متر باشد، برابر است با

۳ حجم هرم مربع القاعده ای به اضلاع قاعده a و ارتفاع b کدام است؟

الف) $\frac{1}{3}ab^2$ ب) $\frac{1}{3}a^2b$

ج) $\frac{ab}{3}$ د) $\frac{a^2b^2}{3}$

۴ حجم هرمی که قاعده آن مستطیلی به ابعاد ۸ و ۱۲ سانتی متر و ارتفاع آن ۵ سانتی متر باشد، کدام گزینه است؟

الف) ۱۴۰ ب) ۱۶۰

ج) ۱۵۰ د) ۱۷۰

۵ با مقوای سفید، هرم منتظمی که هر وجه آن یک مثلث متساوی الاضلاع است ساخته ایم و بال های آن را سیاه کرده ایم، از بالا به طور مستقیم به آن نگاه می کنیم، کدام شکل دیده می شود؟



الف)



ج)

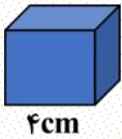
فصل ۸: حجم و مساحت

سوالات تشریحی

۳ یک کیف استوانه ای شکل به شعاع قاعده ۴ سانتی متر و ارتفاع ۳۰ سانتی متر داریم چند سانتی متر مربع چرم برای دوخت این کیف استفاده شده است؟ ($\pi \approx 3$)

۴ مثلث قائم الزویه ای را که ضلع های زاویه ی قائمه آن ۳ و ۵ سانتی متر است. حول ضلع کوچک تر دوران می دهیم. حجم شکل حاصل را به دست آورید.

۵ مساحت کل یک مکعب به ضلع ۴ سانتی متر را به دست آورید.



۶ اگر یک لوزی به قطرهای ۶ و ۸ سانتی متر را حول قطر بزرگترش دوران دهیم. حجم شکل حاصل را حساب کنید.

۷ مکعب مستطیلی، به حجم ۱۶۲ واحد و ابعاد a و $2a$ و $3a$ مفروض است. مقدار a را به دست آورید.

سوالات چهار گزینه ای

۱ اندازه حجم استوانه ای به شعاع قاعده ۴ و ارتفاع ۵، چند برابر اندازه مساحت جانبی آن است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

۲ حجم مخروطی به شعاع مقطع ۲ و ارتفاع ۳ واحد، از حجم مخروطی به شعاع ۳ و ارتفاع ۲ واحد، به اندازه واحد مکعب است.

(۱) 2π کمتر (۲) 2π بیش تر

(۳) 4π کمتر (۴) 4π بیش تر

۳ دو هرم با قاعده مثلث متساوی الاضلاع را در نظر بگیرید. ارتفاع اولی a و ضلع قاعده آن $2a$ است. ارتفاع دومی $2a$ و ضلع قاعده آن a است. حجم اولی چند برابر حجم دومی است؟

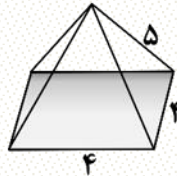
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶ قاعده هرمی به شکل مستطیل به ابعاد ۸ و ۶ سانتی متر است. اگر ارتفاع هرم ۱۰ سانتی متر باشد.

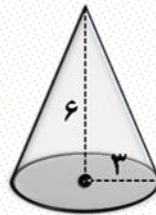
الف) حجم هرم را حساب کنید.

ب) شکل وجه های جانبی هرم چگونه است؟

۷ ارتفاع هر وجه جانبی این هرم را به دست آورید.



۸ حجم شکل مقابل را به دست آورید.



سطح و حجم

۱ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

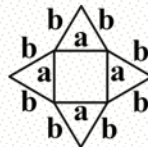
الف) اگر کره ای را با یک صفحه برش دهیم، سطح بریده شده دایره است.

ب) حجم حاصل از دوران مثلث قائم الزویه با اضلاع قائم ۶ و ۸ سانتی متر حول ضلع ۸ سانتی متر برابر با ۲۸۸ سانتی متر مکعب است ($\pi \approx 3$)

پ) استوانه از دوران مستطیل حول ضلع آن به دست می آید.

ت) مساحت کل یک مکعب به ضلع a برابر با $6a^2$ است.

ث) شکل زیر گسترده یک هرم منتظم است.



۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) از دوران (۳۶۰ درجه) نیم دایره حول قطرش به دست می آید.

ب) از دوران مثلث قائم الزویه حول یکی از اضلاع قائم آن حاصل می شود.

پ) مساحت کل هرم منتظم با قاعده مثلث، وقتی مساحت هر وجه اش a است برابر است.

ت) از دوران یک ربع دایره حول شعاع آن، به وجود می آید.

ث) از دوران یک مستطیل حول طولش حاصل می شود.

ج) مساحت کل هرم منتظم چهار وجهی که طول همه یال های آن a باشد برابر با می باشد.

سوالات چهار گزینه ای

۱۱) مساحت کل سطوح یک هرم منتظم با قاعده مربع به ضلع ۲ و حجم ۱۶ واحد مکعب، برابر چند واحد مربع است؟ (وجه های جانبی هرم همگی مثلث متساوی الساقین اند.)

$$4 + 4\sqrt{145} \quad (1)$$

$$2 + 2\sqrt{145} \quad (2)$$

$$4 + \sqrt{145} \quad (3)$$

$$2 + 4\sqrt{145} \quad (4)$$

۱۲) شعاع قاعده یک استوانه را چهار برابر و ارتفاع آن را نصف کرده ایم. حجم استوانه حاصل چند برابر حجم استوانه اولیه است؟

$$4 \quad (1)$$

$$8 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$6 \quad (4)$$

۱۳) در داخل یک استوانه به قطر داخلی ۱۲ واحد و ارتفاع داخلی ۶ واحد، بزرگ ترین نیم کره ممکن را قرار می دهیم، حجم فضای محدود به استوانه و نیمکره چند واحد مکعب است؟

$$96\pi \quad (4)$$

$$72\pi \quad (3)$$

$$54\pi \quad (2)$$

$$48\pi \quad (1)$$

۱۴) مثلث مقابل را حول ضلع AC دوران می دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

$$12\pi \quad (1)$$

$$14\pi \quad (2)$$

$$20\pi \quad (3)$$

$$24\pi \quad (4)$$



۴) مساحت سطح بیرونی یک کره توخالی با ضخامت a، چه قدر بیش تر از سطح درونی آن است؟

$$2\pi a^2 + 8\pi R^2 \quad (1)$$

$$8\pi R^2 \quad (2)$$

$$4\pi a^2 \quad (3)$$

$$4\pi a^2 + 8\pi Ra \quad (4)$$

۵) قاعده یک مکعب مستطیل، مربع است. اگر قطر قاعده و ارتفاع مکعب مستطیل هر دو $4\sqrt{2}$ باشند، مساحت جانبی مکعب مستطیل کدام است؟

$$64\sqrt{2} \quad (4)$$

$$32\sqrt{2} \quad (3)$$

$$16\sqrt{2} \quad (2)$$

$$8\sqrt{2} \quad (1)$$

۶) مساحت گسترده یک مکعب ۹۶ سانتی متر مربع است. قطر این مکعب چند سانتی متر است؟

$$\frac{9\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$6\sqrt{2} \quad (3)$$

$$4\sqrt{2} \quad (2)$$

$$3\sqrt{2} \quad (1)$$

۷) در یک مکعب مستطیل به ابعاد $2\sqrt{6}$ ، ۴ و ۳ فاصله دور رأس غیر واقع در یک وجه چقدر است؟

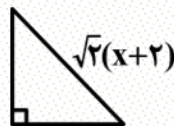
$$5\sqrt{2} \quad (4)$$

$$7 \quad (3)$$

$$4\sqrt{3} \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۸) مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین زیر را حول ضلع قائم دوران می دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟ ($\pi \approx 3$)



$$(x+2)^3 \quad (1)$$

$$\frac{1}{3}(x+2)^3 \quad (2)$$

$$3(x+2)^3 \quad (3)$$

$$3(x+2)^2 \quad (4)$$

۹) نسبت عدد حجم یک کره به عدد سطح آن برابر ۱۶ می باشد. شعاع کره کدام است؟

$$48 \quad (4)$$

$$40 \quad (3)$$

$$32 \quad (2)$$

$$24 \quad (1)$$

۱۵) حجم بزرگ ترین استوانه به شعاع ۳ واحد محاط در یک کره به شعاع ۵ واحد، چند واحد مکعب است؟

$$90\pi \quad (4)$$

$$80\pi \quad (3)$$

$$72\pi \quad (2)$$

$$64\pi \quad (1)$$